La recta en el sistema bidimensional

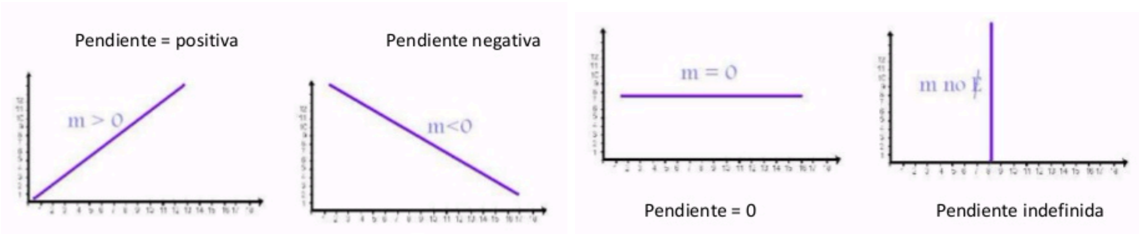
Propiedad y ejercicios claves.

a) Para hallar la pendiente (inclinación) que pasa por 2 puntos

Puede ser de 2 maneras, es equivalente.

Opción 1	**Opción 2**
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-7}{3-10} = \frac{-5}{-7} = 0,71$	$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

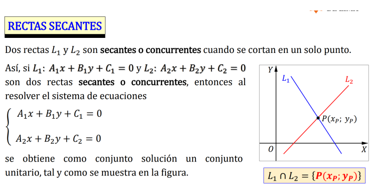
b) Tipos de pendiente (m)



c) Formas de ecuación de la recta

Punto-pendiente	**Pendiente-ordenada en el origen**	**Segmentaria**	**General**
$y - y_1 = m(x - x_1)$	$y = mx + b$	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	Ax+By+C = 0
$P_1(x; y_1)$	b = la ordenada del punto que su abscisa es 0	a = punto de intersección con la abscisa b = punto de intersección con la coordenada	$m = -\frac{A}{B}$ B $\neq$ 0

d) Rectas secantes y paralelas

Rectas secantes	**Rectas paralelas**	**Rectas perpendiculares**
al restar el sistema de ecuaciones se resolverá un punto.  RECTAS SECANTES Dos rectas L_1 y L_2 son **secantes o concurrentes** cuando se cortan en un solo punto. Así, si L_1: $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ y L_2: $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ son dos rectas **secantes o concurrentes**, entonces al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$ se obtiene como conjunto solución un conjunto unitario, tal y como se muestra en la figura. $L_1 \cap L_2 = \{P(x_P; y_P)\}$	$m_1 = m_2$	$m_1 \times m_2 = -1$ $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

e) Distancia de un punto a una recta

$$d(P; L) = \frac{\lvert Ax_1 + By_1 + C \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

f) Paralelas a las ejes de coordenadas (abscisa y ordenadas)

Recta paralela a la abscisa	**Recta a la ordenada**
$y = b$	$x = a$

EJERCICIOS

EJERCICIO 1

En cada caso, halle la ecuación general de la recta L que pasa por el punto A(2;5):

a) L es paralela a la recta L_1: $y = 4x + 2$

b) L es perpendicular a la recta L_2: $3x + 2y + 4 = 0$

En el caso a. Solución.

Paso 1. Identificar las características de la Recta

- Es paralela a L_1: $y = 4x + 2$ → eso significa que sus pendientes son iguales.
- Pasa por el punto A(2;5) → Podemos realizar la forma punto pendiente.

Paso 2. Resolver cada característica

Paralela a L_1: $y = 4x + 2$	Pasa por el punto A(2;5)
Es decir su pendiente es la pendiente de la recta L1 La pendiente es 4. Entonces $M_l = 4$ también.	Podemos realizar la ecuación punto pendiente. $y - y_1 = m(x - x_1)$ Reemplazamos $y - 5 = 4(x - 2)$

Paso 3. Resolvemos la ecuación de la recta para pasarla a ecuación general.

$y - 5 = 4(x - 2)$
$y - 5 = 4x - 8$
$y - 5 - 4x + 8 = 0$
$4x - y + 3 = 0$

En el caso solución b).

Paso 1. Identificar las características de la Recta

- Es perpendicular a L_1: $y = 4x + 2$ → eso significa que sus pendientes son iguales.

- Pasa por el punto A(2;5) → Podemos realizar la forma punto pendiente.

Paso 2. Resolver cada característica

Perpendicular a L_2: $3x + 2y + 4 = 0$	Pasa por el punto A(2;5)
m = $-\frac{3}{2}$ Si son perpendiculares, significa que $M_l = -\frac{1}{M_{l2}} \Rightarrow \frac{2}{3}$	Podemos realizar la ecuación punto pendiente. $y - y_1 = m(x - x_1)$ Reemplazamos $y - 5 = \frac{2}{3}(x - 2)$

Paso 3. Resolvemos la ecuación e igualamos a 0 para hallar la general.

$y - 5 = \frac{2}{3}(x - 2)$

$y - 5 = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

$-y + 5 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = 0$

$\frac{2}{3}x - y + \frac{11}{3} = 0$ **(multiplicamos por 3)**

$L: 2x - 3y + 11 = 0$

EJERCICIO 2

Determine las coordenadas del punto de intersección entre las rectas

$L_1: y = 4x + 2$ y $L_2: 3x + 2y + 7 = 0$

Paso 1. Igualar ambas ecuaciones a 0 y colocar una ecuación encima de la otra.

$y = 4x + 2 \Rightarrow 4x - y + 2 = 0$

$3x + 2y + 7 = 0$

Paso 2. Multiplicar al punto que puedas eliminar una variable x o y.

$4x - y + 2 = 0$ (multiplicar x2)

$3x + 2y + 7 = 0$

Paso 3. Sumarlas.

$8x - 2y + 4 = 0$

$3x + 2y + 7 = 0$

$11x + 11 = 0$

x= -1

Paso 4. Reemplazar el resultado de x en una de las ecuaciones

$4x - y + 2 = 0$

$4(-1) - y + 2 = 0$

$-4 - y + 2 = 0$

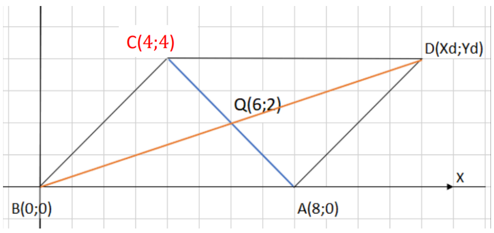
$-2 - y = 0$
$-2 = y$

Paso 5. Poner las coordenadas y escribir las respuesta
Las coordenadas de la intersección son $P(-1; 2)$.

EJERCICIO 3
De un paralelogramo ABCD se conocen el vértice A(8;0) y el punto Q(6;2) que es la intersección de sus diagonales. Si se sabe que otro vértice se encuentra en el origen de coordenadas, determine:

a) Las coordenadas de los otros vértices
b) Las ecuaciones de las rectas que contienen a las diagonales.

Solución a
Paso 1. Dibujar el paralelogramo ABCD según los puntos A, Q y el de origen de coordenadas (Esto permitirá ubicarte en el problema).



Paso 2. Hallar el punto del otro lado de A utilizando el punto medio Q.

- **El punto del otro extremo será C**$(x_c; y_c)$
- **Q(6;2)**

Para la x	Para la y
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2}$ $6 = \frac{8+x_c}{2} \Rightarrow x_c = 4$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2}$ $2 = \frac{0+y_c}{2} \Rightarrow y_c = 4$

El punto del otro lado de A es → **C(4;4).**

Paso 3. Hallamos el punto del otro lado de B utilizando el punto medio de Q.

- **El punto del otro extremo será D**$(x_D; y_D)$
- **Q(6;2)**

Para la x	**Para la y**
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2}$ $6 = \frac{0+x_c}{2} \Rightarrow x_D = 12$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2}$ $2 = \frac{0+y_d}{2} \Rightarrow Y_D = 4$

El punto sale D(12;3)

Solución b

Paso 1. Identificar cuales son las diagonales y las características que posees.

BD **Conocemos 2 puntos**	**AC** **Conocemos 2 puntos**

Paso 2. Hallar las pendientes. (Si solo sabemos los puntos, es necesario este paso)

Fórmula de la pendiente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	
BD	**AC**
$m = \frac{4-0}{12-0} = \frac{1}{3}$ $y - 4 = \frac{1}{3}(x - 12)$	$m = \frac{4-0}{4-8} = -1$ $y - 3 = -1(x - 12)$

Paso 3. armar la ecuación de la recta punto-pendiente, resolverla e igualarla a cero para tener la ecuación general de la recta

BD	**AC**
$y - 4 = \frac{1}{3}(x - 12)$ $x - 3y = 0$	$y - 4 = -(x - 4)$ $x + y - 8 = 0$

EJERCICIO 4

Halle la distancia del punto P(-3;-4) a la recta L de pendiente $-\frac{3}{4}$ y que pasa por el punto (2;1).

Paso 1. Identificar las características y armar una ecuación de la recta apropiada.

- En este caso hay un punto y una pendiente. Por tanto, se puede armar la recta punto pendiente

$y - 1 = \frac{-3}{4}(x - 2)$

Paso 2. Transformarla a ecuación general

$y - 1 = \frac{-3}{4}x + \frac{6}{4}$

$y - 1 + \frac{3}{4} - \frac{6}{4} = 0$

$3x + 4y - 10 = 0$

Paso 3. Realizamos la fórmula de distancia utilizando la recta general y el punto.

$$d(P;L) = \frac{|3(-3)+4(-4)-10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{35}{\sqrt{25}} = 7u$$