Ecuación de la recta

Propiedad y ejercicios claves.

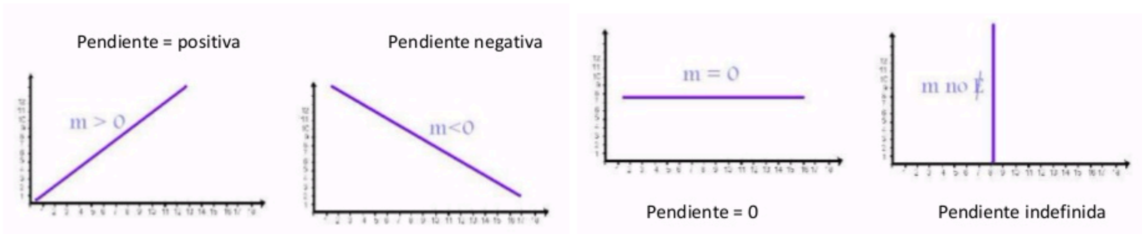
¿Qué es una recta?
En definición fácil solo para entender, es una línea recta confirmada por muchísimos puntos. Esta puede estar inclinada (ahí veremos la pendiente), estar vertical, horizontal, etc. Asimismo, tiene como un "nombre" que es la "ecuación de la recta". Y puedes encontrar puntos dentro de la recta, y la distancia de un punto hacia una recta.

a) <u>Para hallar la pendiente (inclinación) que pasa por 2 puntos</u>

Puede ser de 2 maneras, es equivalente.

Opción 1	**Opción 2**
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-7}{3-10} = \frac{-5}{-7} = 0,71$	$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

b) <u>Tipos de pendiente (m)</u>

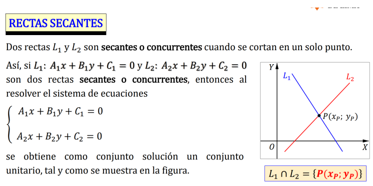


c) <u>Formas de ecuación de la recta</u>

(La ecuación de la recta es como el nombre, el dni de la recta, es aquella ecuación que IDENTIFICA a la recta)

Punto-pendiente	**Pendiente-ordenada en el origen**	**Segmentaria**	**General**
$y - y_1 = m(x - x_1)$	$y = mx + b$	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	Ax+By+C = 0
$P_1(x; y_1)$	b = la ordenada del punto que su abscisa es 0	a = punto de intersección con la abscisa b = punto de intersección con la coordenada	$m = -\frac{A}{B}$ B $\neq$ 0

d) <u>Rectas secantes y paralelas</u>

Rectas secantes	**Rectas paralelas**	**Rectas perpendiculares**
al restar el sistema de ecuaciones se resolverá un punto.  RECTAS SECANTES Dos rectas L_1 y L_2 son **secantes o concurrentes** cuando se cortan en un solo punto. Así, si L_1: $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ y L_2: $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ son dos rectas **secantes o concurrentes**, entonces al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$ se obtiene como conjunto solución un conjunto unitario, tal y como se muestra en la figura. $L_1 \cap L_2 = \{P(x_P; y_P)\}$	$m_1 = m_2$	$m_1 \times m_2 = -1$ $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

e) Distancia de un punto a una recta

$d(P; L) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

f) Paralelas a las ejes de coordenadas (abscisa y ordenadas)

Recta paralela a la abscisa	**Recta a la ordenada**
$y = b$	$x = a$

EJERCICIOS

EJERCICIO 1

En cada caso, halle la ecuación general de la recta L que pasa por el punto A(2;5):

a) L es paralela a la recta L_1: $y = 4x + 2$

b) L es perpendicular a la recta L_2: $3x + 2y + 4 = 0$

En el caso a. Solución.

Paso 1. Identificar las características de la Recta

- Es paralela a L_1: $y = 4x + 2$ → eso significa que sus pendientes son iguales.
- Pasa por el punto A(2;5) → Podemos realizar la forma punto pendiente.

Paso 2. Resolver cada característica

Paralela a L_1: $y = 4x + 2$	Pasa por el punto A(2;5)
Es decir su pendiente es la pendiente de la recta L1 La pendiente es 4. Entonces $M_l = 4$ también.	Podemos realizar la ecuación punto pendiente. $y - y_1 = m(x - x_1)$ Reemplazamos $y - 5 = 4(x - 2)$

Paso 3. Resolvemos la ecuación de la recta para pasarla a ecuación general.

$y - 5 = 4(x - 2)$
$y - 5 = 4x - 8$
$y - 5 - 4x + 8 = 0$
$4x - y + 3 = 0$

<u>En el caso solución b).</u>

Paso 1. Identificar las características de la Recta

- Es perpendicular a L_1: $y = 4x + 2$ → eso significa que sus pendientes son iguales.
- Pasa por el punto A(2;5) → Podemos realizar la forma punto pendiente.

Paso 2. Resolver cada característica

Perpendicular a L_2: $3x + 2y + 4 = 0$	Pasa por el punto A(2;5)
m = $-\frac{3}{2}$ Si son perpendiculares, significa que $M_l = -\frac{1}{M_{l2}} \Rightarrow \frac{2}{3}$	Podemos realizar la ecuación punto pendiente. $y - y_1 = m(x - x_1)$ Reemplazamos $y - 5 = \frac{2}{3}(x - 2)$

Paso 3. Resolvemos la ecuación e igualamos a 0 para hallar la general.

$y - 5 = \frac{2}{3}(x - 2)$

$y - 5 = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

$-y + 5 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = 0$

$\frac{2}{3}x - y + \frac{11}{3} = 0$ **(multiplicamos por 3)**

L: $2x - 3y + 11 = 0$

EJERCICIO 2

Determine las coordenadas del punto de intersección entre las rectas

L_1: $y = 4x + 2$ y L_2: $3x + 2y + 7 = 0$

Paso 1. Igualar ambas ecuaciones a 0 y colocar una ecuación encima de la otra.

$y = 4x + 2 \Rightarrow 4x - y + 2 = 0$

$3x + 2y + 7 = 0$

Paso 2. Multiplicar al punto que puedas eliminar una variable x o y.

$4x - y + 2 = 0$ (multiplicar x2)

$3x + 2y + 7 = 0$

Paso 3. Sumarlas.

$8x - 2y + 4 = 0$

$3x + 2y + 7 = 0$

$11x + 11 = 0$

x= -1

Paso 4. Reemplazar el resultado de x en una de las ecuaciones

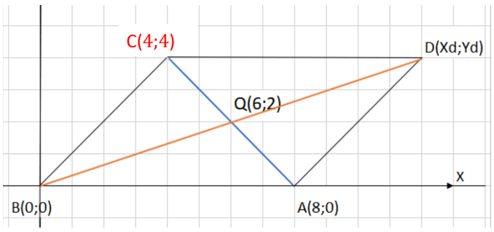
$4x - y + 2 = 0$
$4(-1) - y + 2 = 0$
$-4 - y + 2 = 0$
$-2 - y = 0$
$-2 = y$

Paso 5. Poner las coordenadas y escribir las respuesta
Las coordenadas de la intersección son $P(-1; 2)$.

EJERCICIO 3
De un paralelogramo ABCD se conocen el vértice A(8;0) y el punto Q(6;2) que es la intersección de sus diagonales. Si se sabe que otro vértice se encuentra en el origen de coordenadas, determine:

a) Las coordenadas de los otros vértices
b) Las ecuaciones de las rectas que contienen a las diagonales.

Solución a
Paso 1. Dibujar el paralelogramo ABCD según los puntos A, Q y el de origen de coordenadas (Esto permitirá ubicarte en el problema).



Paso 2. Hallar el punto del otro lado de A utilizando el punto medio Q.

- **El punto del otro extremo será C**$(x_c; y_c)$
- **Q(6;2)**

Para la x	Para la y
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2}$ $6 = \frac{8+x_c}{2} \Rightarrow x_c = 4$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2}$ $2 = \frac{0+y_c}{2} \Rightarrow y_c = 4$

El punto del otro lado de A es → **C(4;4).**

Paso 3. Hallamos el punto del otro lado de B utilizando el punto medio de Q.

- **El punto del otro extremo será D**$(x_D; y_D)$
- **Q(6;2)**

Para la x	**Para la y**
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2}$ $6 = \frac{0+x_c}{2} \Rightarrow x_D = 12$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2}$

	$2 = \frac{0+y_d}{2} \Rightarrow Y_D = 4$

El punto sale D(12;3)

Solución b

Paso 1. Identificar cuales son las diagonales y las características que posees.

BD **Conocemos 2 puntos**	**AC** **Conocemos 2 puntos**

Paso 2. Hallar las pendientes. (Si solo sabemos los puntos, es necesario este paso)

Fórmula de la pendiente $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	
BD	**AC**
$m = \frac{4-0}{12-0} = \frac{1}{3}$ $y - 4 = \frac{1}{3}(x - 12)$	$m = \frac{4-0}{4-8} = -1$ $y - 3 = -1(x - 12)$

Paso 3. armar la ecuación de la recta punto-pendiente, resolverla e igualarla a cero para tener la ecuación general de la recta

BD	**AC**
$y - 4 = \frac{1}{3}(x - 12)$ $x - 3y = 0$	$y - 4 = -(x - 4)$ $x + y - 8 = 0$

EJERCICIO 4

Halle la distancia del punto P(-3;-4) a la recta L de pendiente $-\frac{3}{4}$ y que pasa por el punto (2;1).

Paso 1. Identificar las características y armar una ecuación de la recta apropiada.

- En este caso hay un punto y una pendiente. Por tanto, se puede armar la recta punto pendiente

$y - 1 = \frac{-3}{4}(x - 2)$

Paso 2. Transformarla a ecuación general

$y - 1 = \frac{-3}{4}x + \frac{6}{4}$

$y - 1 + \frac{3}{4} - \frac{6}{4} = 0$

$3x + 4y - 10 = 0$

Paso 3. Realizamos la fórmula de distancia utilizando la recta general y el punto.

$d(P; L) = \frac{|3(-3)+4(-4)-10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{35}{\sqrt{25}} = 7u$