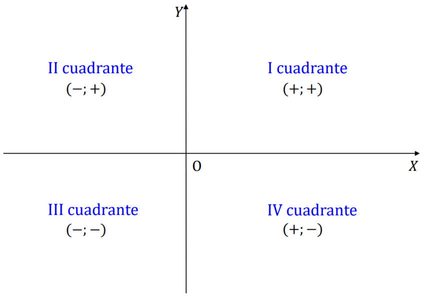
El sistema bidimensional

Temas claves (Resumen) y ejercicios con solucionario

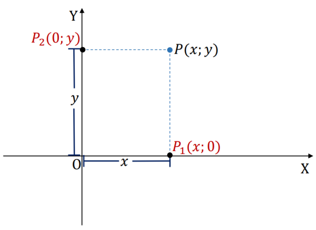
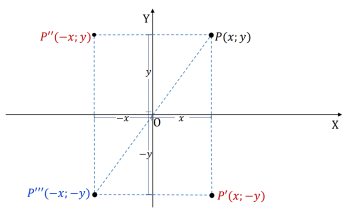
a) El cuadrante



b) Distancia entre dos puntos

$$d(P; Q) = |\overline{PQ}| = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}$$

c) Diferencias entre proyección y simetría de un punto

Proyección	Simetría
La proyección de un punto es mandar el punto hacia la abscisa (x) o la ordenada (y), según te indiquen. Es decir, si te dicen la proyección de un punto en la abscisa será (x; 0) y si te dicen en la coordenada (0;y)	Es el punto pero le le inviertes el signo a la X o Y según te indiquen. • Si es simétrico a la abscisa, le cambias el signo a y = (x;-y). • Si es simétrico a la ordenada, le cambias el signo a la x = (-x;y). • Si es a la ordenada, le cambias el signo a ambos (-x;-y)
	

d) División de un segmento de una razón dada. Para hallar el punto en una recta según una RAZÓN = r.

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = r$$

Para hallar el punto medio de esta razón en X	Con y
$\frac{x_p - x_A}{x_B - x_P} = r \Rightarrow x_p = \frac{x_A + r.x_B}{1+r}$	$\frac{y_p - y_A}{y_B - y_P} = r \Rightarrow y_p = \frac{y_A + r.y_B}{1+r}$

e) Hallar el punto medio de un segmento

Para la “X” del punto medio	Para hallar la “Y” del punto medio
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2}$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2}$

J (Punto Medio) → $(\frac{X_A + X_B}{2}; \frac{Y_A + Y_B}{2})$

Ejercicios (solucionario paso a paso)

Ejercicio 1

Sea Q el simétrico con respecto al origen de A(3;4), y P la proyección sobre el eje X del punto B(-1;5). Halle la distancia desde el punto medio del segmento PQ hasta el punto A.

Paso 1. Encontrar el simétrico respecto al origen de de A(3;4) y la proyección de B(-1;15) sobre X.

Simétrico de A(3;4) respecto al origen	Proyección de B(-1;15) con respecto a X
Q = (-3;-4)	P = (-1;0)

Paso 2. Encontrar el punto medio del segmento PQ

Para la x del punto medio	Para la y del punto medio
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2} = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} =- 2$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2} = \frac{-4-0}{2} =- 2$

El punto medio es (-2;.2)

Paso 3. Hallar la distancia desde M(-2;-2) hasta A(3;4)

$d(M; A) = \sqrt{(3 + 2)^2 + (4 + 2)^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}\, u$

Ejercicio 2

Sea el segmento AB donde A(m;2n+1) y B(2m;n+3). Si P(4;5) es un punto del segmento AB tal que $\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = 2$, entonces calcule $E = m^2 + n^2$

Paso 1. Identificar la razón.

En este caso es 2. r = 2

Paso 2. Hallar los lados extremos A y B con las ecuaciones de punto.

Para la X	Para la Y
$x_p = \frac{x_A + r.x_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $4 = \frac{m + 2(2m)}{1+2} \Rightarrow m = \frac{12}{5}$	$y_p = \frac{y_A + r.y_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $5 = \frac{2n+1 + 2.(n+3)}{1+2} \Rightarrow n = 2$

Paso 3. Resolvemos lo pedido $E = m^2 + n^2$

$E = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + 2^2 = \frac{244}{25}$

Ejercicio 3

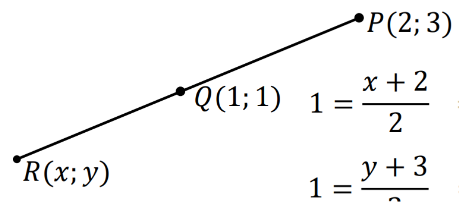
Si R es el punto simétrico de P(2;3) respecto al punto Q(1;1) y L es la proyección de N(-2;-1) sobre el eje X, determine las coordenadas del punto medio M del segmento RL.

Paso 1. Hallar R (simétrico de P(2;3)) y el punto L (proyección de N(-2;1) sobre eje X).

<table>
<tr><td>Punto R
(simétrico de P(2;3) respecto al punto Q (1;1))</td><td>Punto L
Proyección de N(-2;1) sobre eje X</td></tr>
<tr><td>Recomendación (dibujar). Pero para resolverlo matemáticamente:

Para hallar el punto simétrico con respecto a un punto debes considerar ese punto como el medio. En este caso consideraremos que Q será nuestro punto medio.

Gráficamente nos referimos a esto. Si ven. QUE viene a ser nuestro punto medio.



<table>
<tr><td>Para hallar x</td><td>Para hallar y</td></tr>
<tr><td>$1 = \frac{x+2}{2} \Rightarrow x = 0$</td><td>$1 = \frac{y+3}{2} \Rightarrow y = -1$</td></tr>
</table>
Finalmente, el resultado sale R(0;-1)</td><td>(-2;0)</td></tr>
</table>

Paso 2. Hallar el punto medio de RL.

Para hallar X	Para hallar Y
$x_m = \frac{X_A+X_B}{2} = \frac{-2-0}{2} = \frac{-2}{2} =- 1$	$Y_m = \frac{Y_A+Y_B}{2} = \frac{-1-0}{2} =- \frac{1}{2}$

Paso 3. Poner la respuesta completa

$M = \left(-1; \frac{-1}{2}\right)$

Ejercicio 4

Dado los puntos A(-4;2) y B(8;-4), halle las coordenadas del punto M, ubicado en la recta AB, si $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{4}$.

Paso 1. Identificar cual es la razón. En este caso r = $\frac{1}{4}$

Paso 2. Reemplazar los datos de A, B y r en las fórmulas de puntos.

Para la X	**Para la Y**
$x_p = \frac{x_A + r.x_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $Xp = \frac{-4+8}{1+\frac{1}{4}} \Rightarrow x_p = -\frac{8}{5}$	$y_p = \frac{y_A + r.y_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $y_p = \frac{2+4}{1+\frac{1}{4}} \Rightarrow y_p = \frac{4}{5}$

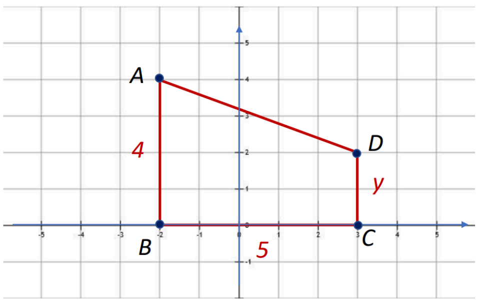
EJERCICIO 5

Los vértices de un trapecio rectángulo son los puntos A, B, C y D, donde A(-2;4), D se encuentra en el primer cuadrante y los puntos B y C son, respectivamente, las proyecciones de los puntos A y D sobre el eje de las abscisas.

Si se sabe que el área del traprecio es 15u^2 y que la distancia entre los puntos B y C es $5\ u$, halle las coordenadas de los vértices C y D.

Paso 1. Dibujar el trapecio según las indicaciones que mencionan.

- **A (-2,4)**
- **D (se encuentra en el primer cuadrante**
- **B (es proyección de A en la abscisa) (-2;0)**
- **c (es proyección de D)**
- **Distancia B y C = 5**
- **Distancia A y B 4**



Paso 2. Identificar la fórmula con el área de un trapecio.

$A = \left(\frac{Base\ mayor + base\ menor}{2}\right).\ h(altura)$

A = 15

Reemplazamos

$A = \left(\frac{4+y}{2}\right)5 = 15$

$A = \left(\frac{4+y}{2}\right) = 3$

$y = 2$

Por lo tanto

C(3;0) y D(3,2)