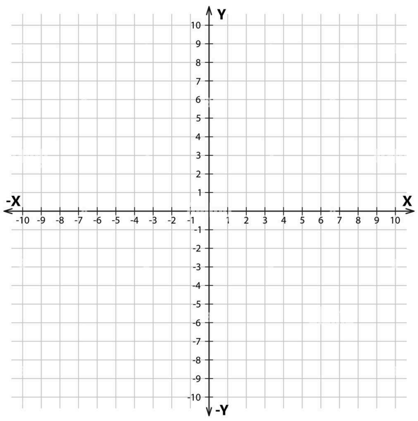
Elementos básicos de geometría

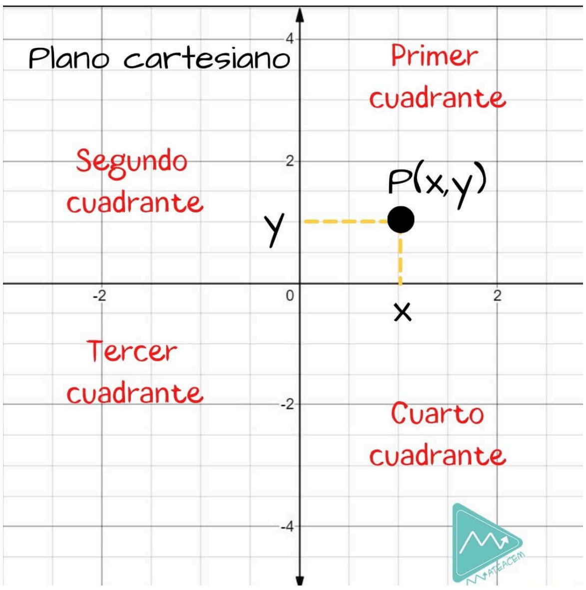
Sistema bidimensional, puntos, distancia, punto medio.
Temas claves (Resumen) y ejercicios con solucionario

¿Qué es el plano cartesiano? En palabras fáciles: este dibujo. En este plano tu puedes ubicar PUNTOS, RECTAS y FUNCIONES. Veremos primero los puntos.

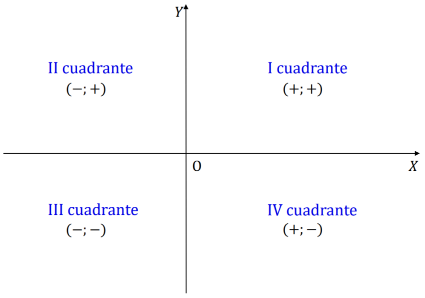


Como podrás notar, es como una cruz, “X” es la línea horizontal, e “Y” es línea vertical.

¿Cómo se conforma un punto? Un punto se conforma siempre de DOS números, uno será de la X (SIEMPRE PRIMERO LA X) y el luego otro número que sera de Y. Ejemplo:



a) <u>El cuadrante</u>

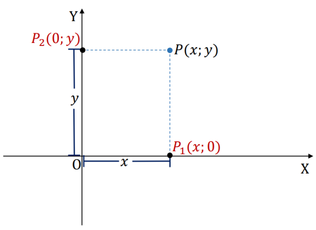
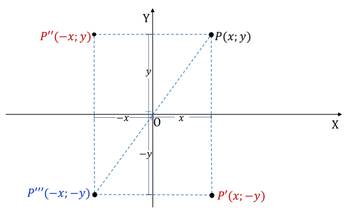


b) Distancia entre dos puntos

$$d(P;Q) = |\overline{PQ}| = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}$$

c) Diferencias entre proyección y simetría de un punto

<table>
<tr><th>Proyección</th><th>Simetría</th></tr>
<tr><td>La proyección de un punto es mandar el punto hacia la abscisa (x) o la ordenada (y), según te indiquen.

Es decir, si te dicen la proyección de un punto en la abscisa será (x; 0) y si te dicen en la coordenada (0;y)</td><td>Es el punto pero le le inviertes el signo a la X o Y según te indiquen.
• Si es simétrico a la abscisa, le cambias el signo a y = (x;-y).
• Si es simétrico a la ordenada, le cambias el signo a la x = (-x;y).
• Si es a la ordenada, le cambias el signo a ambos (-x;-y)</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

d) Hallar el punto medio de un segmento

Para la "X" del punto medio	Para hallar la "Y" del punto medio
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2}$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2}$

J (Punto Medio) → $\left(\frac{X_A + X_B}{2}; \frac{Y_A + Y_B}{2}\right)$

Ejercicios (solucionario paso a paso)

Ejercicio 1

Sea Q el simétrico con respecto al origen de A(3;4), y P la proyección sobre el eje X del punto B(-1;5). Halle la distancia desde el punto medio del segmento PQ hasta el punto A.

Paso 1. Encontrar el simétrico respecto al origen de de A(3;4) y la proyección de B(-1;15) sobre X.

Simétrico de A(3;4) respecto al origen	Proyección de B(-1;15) con respecto a X
Q = (-3;-4)	P = (-1;0)

Paso 2. Encontrar el punto medio del segmento PQ

Para la x del punto medio	**Para la y del punto medio**
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2} = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2} = \frac{-4-0}{2} = -2$

El punto medio es (-2;.2)

Paso 3. Hallar la distancia desde M(-2;-2) hasta A(3;4)

$d(M;A) = \sqrt{(3+2)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}\,u$

Ejercicio 2

Sea el segmento AB donde A(m;2n+1) y B(2m;n+3). Si P(4;5) es un punto del segmento AB tal que $\frac{\overline{AP}}{PB} = 2$, entonces calcule $E = m^2 + n^2$

Paso 1. Identificar la razón.
En este caso es 2. r = 2
Paso 2. Hallar los lados extremos A y B con las ecuaciones de punto.

Para la X	**Para la Y**
$x_p = \frac{x_A + r.x_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $4 = \frac{m + 2(2m)}{1+2} \Rightarrow m = \frac{12}{5}$	$y_p = \frac{y_A + r.y_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $5 = \frac{2n+1+2.(n+3)}{1+2} \Rightarrow n = 2$

Paso 3. Resolvemos lo pedido $E = m^2 + n^2$

$E = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + 2^2 = \frac{244}{25}$

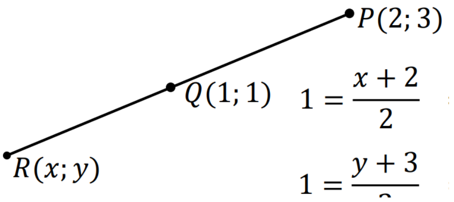
Ejercicio 3

Si R es el punto simétrico de P(2;3) respecto al punto Q(1;1) y L es la proyección de N(-2;-1) sobre el eje X, determine las coordenadas del punto medio M del segmento RL.

Paso 1. Hallar R (simétrico de P(2;3)) y el punto L (proyección de N(-2;1) sobre eje X).

Punto R **(simétrico de P(2;3) respecto al punto Q (1;1))**	Punto L **Proyección de N(-2;1) sobre eje X**
Recomendación (dibujar). Pero para resolverlo matemáticamente: Para hallar el punto simétrico con respecto a un punto debes considerar ese punto como el medio. En este caso consideraremos que Q será nuestro punto medio.	(-2;0)

Gráficamente nos referimos a esto. Si ven. QUE viene a ser nuestro punto medio.



Para hallar x	Para hallar y
$1 = \frac{x+2}{2} \Rightarrow x = 0$	$1 = \frac{y+3}{2} \Rightarrow y = -1$

Finalmente, el resultado sale R(0;-1)

Paso 2. Hallar el punto medio de RL.

Para hallar X	Para hallar Y
$x_m = \frac{X_A + X_B}{2} = \frac{-2-0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$	$Y_m = \frac{Y_A + Y_B}{2} = \frac{-1-0}{2} = -\frac{1}{2}$

Paso 3. Poner la respuesta completa

$M = \left(-1; \frac{-1}{2}\right)$

Ejercicio 4

Dado los puntos A(-4;2) y B(8;-4), halle las coordenadas del punto M, ubicado en la recta AB, si $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{4}$.

Paso 1. Identificar cual es la razón. En este caso r = $\frac{1}{4}$

Paso 2. Reemplazar los datos de A, B y r en las fórmulas de puntos.

Para la X	**Para la Y**
$x_p = \frac{x_A + r.x_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $Xp = \frac{-4+8}{1+\frac{1}{4}} \Rightarrow x_p = -\frac{8}{5}$	$y_p = \frac{y_A + r.y_B}{1+r}$ **Reemplazamos con los datos que tenemos** $y_p = \frac{2+4}{1+\frac{1}{4}} \Rightarrow y_p = \frac{4}{5}$

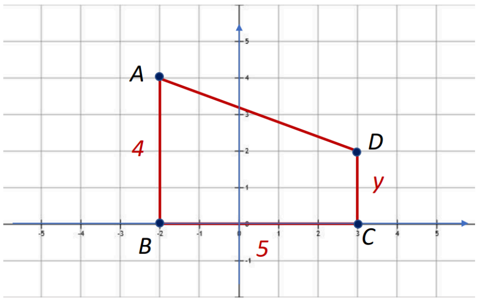
EJERCICIO 5

Los vértices de un trapecio rectángulo son los puntos A, B, C y D, donde A(-2;4), D se encuentra en el primer cuadrante y los puntos B y C son, respectivamente, las proyecciones de los puntos A y D sobre el eje de las abscisas.

Si se sabe que el área del traprecio es $15u^2$ y que la distancia entre los puntos B y C es $5\ u$, halle las coordenadas de los vértices C y D.

Paso 1. Dibujar el trapecio según las indicaciones que mencionan.

- **A (-2,4)**
- **D (se encuentra en el primer cuadrante**
- **B (es proyección de A en la abscisa) (-2;0)**
- **c (es proyección de D)**
- **Distancia B y C = 5**
- **Distancia A y B 4**



Paso 2. Identificar la fórmula con el área de un trapecio.

$A = \left(\frac{Base\ mayor + base\ menor}{2}\right).\ h(altura)$

A = 15

Reemplazamos

$A\ = \left(\frac{4+y}{2}\right)5\ =\ 15$

$A\ = \left(\frac{4+y}{2}\right) =\ 3$

$y\ =\ 2$

Por lo tanto

C(3;0) y D(3,2)