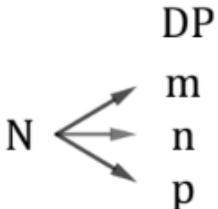
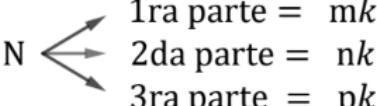


Reparto proporcionales e interés simple y compuesto

Teoría y ejercicios paso a paso

Tema 1: Reparto proporcional simple

Reparto simple DIRECTO	Reparto simple INVERSO
<p>N → Cantidad total k → Constante de proporcionalidad DP → Directamente proporcional m, n, p → Los números a los que voy a repartir</p> 	<p>R → Cantidad total a,b,c → Número a los que voy a repartir MCM → Mínimo común múltiplo. M,N,P → Números convertidos para resolver.</p> $R \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases} \xrightarrow{\text{IP}} R \begin{cases} \frac{1}{a} \times MCM(a; b; c) = M \\ \frac{1}{b} \times MCM(a; b; c) = N \\ \frac{1}{c} \times MCM(a; b; c) = P \end{cases}$
<p>Fórmulas:</p> $mk + nk + pk = N$ $k = \frac{N}{m+n+p}$	<p>Fórmula:</p> $Mk + Nk + Pk = R$ $k = \frac{R}{M+N+P}$
<p>Para hallar las partes:</p> 	<p>Para hallar las partes:</p> $\begin{aligned} 1\text{ra parte} &= Mk \\ 2\text{da parte} &= Nk \\ 3\text{ra parte} &= Pk \end{aligned}$
<p>Ejemplo 1: Repartir 475 en tres partes que sean directamente proporcionales a los números 5; 8 y 12.</p> <ul style="list-style-type: none"> • N → 475 • Números → 5; 8 y 12. <p>¿Qué hago? Tengo que hallar k</p> $k = \frac{N}{m+n+p} = \frac{475}{5+8+12} = 19$ <p>2do paso Pero ahí no termina. Falta hallar las PARTES.</p> <p>1era parte = 5k = (5)(19) = 95 2da parte = 8k = (8)(19) = 152</p>	<p>Ejemplo 2: Repartir 594 en forma inversamente proporcional a los números 2; 3; 6 y 10.</p> <ul style="list-style-type: none"> - R → 594 - a, b, c y d → 2;3;6;10 - MCM (2;3;6;10) → 30 <p>1er paso: ¿Qué hago primero? Pasarlo a Directamente Proporcional</p> $\frac{1}{2} \times 30 = 10$ $\frac{1}{3} \times 30 = 15$ $\frac{1}{6} \times 30 = 5$

<p>3era parte = $12k = (12)(19) = 228$</p>	$\frac{1}{10}x 30 = 3$ Entonces ahora mis M,N,P,Q = {10;15;5;3}
	<p>2do Paso: Ahora paso a hallar K (como en DP) $k = \frac{R}{M+N+P+Q} = \frac{549}{10+15+5+3} = 18$</p> <p>3er paso: Hallar las partes:</p> <p>1ra parte = $15(18) = 270$ 2da parte = $10(18) = 180$ 3ra parte = $5(18) = 90$ 4ta parte = $3(18) = 54$</p>

Ejercicios de prácticas pasadas

Ejercicio	<p><i>Antonio se siente orgulloso por el desempeño que sus tres hijos han tenido a lo largo del año escolar. Por ello, decide repartir entre sus hijos Luciano, Gerardo y Alejandro 360 soles en forma directamente proporcional al promedio final que obtuvieron en el curso de Matemática durante el año escolar, los cuales fueron 16; 15 y 14, respectivamente. Además, dado que se han portado muy bien a lo largo del año, decide repartir 609 soles entre Luciano, Gerardo y Alejandro de forma inversamente proporcional a sus edades, las cuales son 10; 12 y 13 años, respectivamente.</i></p>
Resolución Parte 1 (directamente proporcional)	<p>1er Paso: Datos $N \rightarrow 360$ números → 16;15;14</p> <p>2do Paso: Halla k $k = ?$ $k = \frac{N}{\text{suma de números}} = \frac{360}{16+15+14} = \frac{360}{45} = 8$</p> <p>3er paso: Ahora multiplicar k con nuestros números Luciano → 16(8) → Gerardo → 15(8) → Alejandro → 14(8) →</p>
Resolución Parte 2 (inversamente proporcional)	<p>1er Paso: Datos $R \rightarrow 609$ números → 10;12;13</p> <p>2do Paso: Hallar el MCM (Mínimo común Múltiplo) de mis números iniciales MCM (10;12;13) → $5 \times 3 \times 13 \times 2 \times 2 \rightarrow 780$</p> <p>4to paso: dividir $\frac{1}{a}$ entre cada uno de nuestros números y multiplicarlos por el MCM.</p>

	$\frac{1}{10}x 780 = 78$ $\frac{1}{12}x 780 = 65$ $\frac{1}{13}x 780 = 60$ Ahora, mis nuevos nuevos números son {78 ; 65 ; 60} 5to paso: Ahora hallar k con nuestros NUEVOS números $k = \frac{609}{78+65+60} = \frac{609}{203} = 3$ 6xto paso: No olvidar hallar nuestros resultados finales → k multiplicado por nuestros NUEVOS números (como el final de directamente proporcional) Luciano → 78(3) = Gerardo → 65(3) = Alejandro → (60)(3) =
--	--

Ejercicio	(2P) José, Renato y Luis tienen respectivamente 12, 15 y 18 años de edad. El tío de dichos jóvenes es un abogado egresado de la Universidad de Lima que ganó un premio de 74 mil soles por un juicio y decide repartirlo entre sus sobrinos de forma inversamente proporcional a sus edades, ¿cuánto le corresponde al menor?
Solución	$\frac{k}{12} + \frac{k}{15} + \frac{k}{18} = 74000 \quad (1P) \leftrightarrow k = 360000 \quad (0,5P)$ <p style="text-align: center;">luego $\frac{k}{12} = \frac{360000}{12} = 30000$</p> <p style="text-align: center;">Al hermano menor, le corresponde S/ 30000 (0,5P)</p>

Ejercicio	4. (6 puntos) Esta pregunta tiene dos partes independientes. a) (4 puntos) Una empresa internacional repartió 60 000 dólares en forma directamente proporcional al número de aplicaciones que diseñaron sus colaboradores Juan, Diana y Renato, quienes crearon 5; 8 y 12 aplicaciones respectivamente. A su vez Diana decide repartir la mitad de lo que le tocó a sus dos hijas de 4 y 8 años, de manera inversamente proporcional a sus edades. ¿Cuánto recibe la hija menor de Diana?				
Solución Parte 1 Directamente proporcional	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">Se reparte 60 000 DP a los números 5; 8 y 12</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$5k + 8k + 12k = 60000 \quad (1,0P)$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Luego: $k = 2400 \quad (0,5P)$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">A Diana le toca: $8(2400) = \\$19200 \quad (0,5P)$</td> </tr> </table> <p style="margin-top: 10px;">DP → Directamente proporcional</p>	Se reparte 60 000 DP a los números 5; 8 y 12	$5k + 8k + 12k = 60000 \quad (1,0P)$	Luego: $k = 2400 \quad (0,5P)$	A Diana le toca: $8(2400) = \$19200 \quad (0,5P)$
Se reparte 60 000 DP a los números 5; 8 y 12					
$5k + 8k + 12k = 60000 \quad (1,0P)$					
Luego: $k = 2400 \quad (0,5P)$					
A Diana le toca: $8(2400) = \$19200 \quad (0,5P)$					

Solución Parte 2 Inversamente proporcional	<p>Diana reparte 9 600 IP a las edades 4 y 8 años.</p> $\left(\frac{1}{4} \times 8\right)t + \left(\frac{1}{8} \times 8\right)t = 9600 \quad (1,0P)$ <p>Luego: $t = 3200 \quad (0,5P)$</p> <p>La hija menor de Diana recibe \$ 6 400 $(0,5P)$</p> <p>IP → Inversamente proporcional</p>
--	---

Tema 2: Interés simple y compuesto

$$VF = P + I$$

Interés simple	Interés compuesto														
$I = \frac{(P)(r)(t)}{100}$ $t: \text{tiempo en años}$	$I = \frac{(P)(r)(t)}{1200}$ $I = \frac{(P)(r)(t)}{36000}$ $t: \text{tiempo en meses}$ $t: \text{tiempo en días}$														
$r\% \rightarrow \text{tasa interés ANUAL}$ $P \rightarrow \text{Capital (dinero inicial)}$ $t \rightarrow \text{períodos transcurridos (en años, meses o días)}$	$VF = P \left(1 + \frac{r}{100k} \right)^{tk}$ $VF = \text{Valor futuro}$ $P = \text{Capital}$ $r = \text{tasa de interés}$ $k = \text{número de capitalizaciones al año}$														
DATAZOS: <ul style="list-style-type: none"> Para estos casos lo primero que tienes que hacer es convertir la tasa de interés a ANUAL. EJM: <ul style="list-style-type: none"> - 4% Bimestral → 24% Anual 	DATAZO: Sobre la capitalización: <table border="1"> <thead> <tr> <th>Tipo de capitalización</th> <th>Número de capitalizaciones al año</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Capitalización anual</td> <td>$k = 1$</td> </tr> <tr> <td>Capitalización semestral</td> <td>$k = 2$</td> </tr> <tr> <td>Capitalización cuatrimestral</td> <td>$k = 3$</td> </tr> <tr> <td>Capitalización trimestral</td> <td>$k = 4$</td> </tr> <tr> <td>Capitalización bimestral</td> <td>$k = 6$</td> </tr> <tr> <td>Capitalización mensual</td> <td>$k = 12$</td> </tr> </tbody> </table>	Tipo de capitalización	Número de capitalizaciones al año	Capitalización anual	$k = 1$	Capitalización semestral	$k = 2$	Capitalización cuatrimestral	$k = 3$	Capitalización trimestral	$k = 4$	Capitalización bimestral	$k = 6$	Capitalización mensual	$k = 12$
Tipo de capitalización	Número de capitalizaciones al año														
Capitalización anual	$k = 1$														
Capitalización semestral	$k = 2$														
Capitalización cuatrimestral	$k = 3$														
Capitalización trimestral	$k = 4$														
Capitalización bimestral	$k = 6$														
Capitalización mensual	$k = 12$														

Ejercicio	<p>(2,0P) Ximena ha recibido una herencia de S/ 25 000, por lo cual decide depositarlo en una entidad financiera a una tasa de interés simple del 1,6 % trimestral. ¿Cuánto <u>tiempo</u> tiene que transcurrir para ganar S/ 2000 por concepto de intereses?</p>
Solución Para Interés simple	<p>1er paso: Colocar o identificar los datos:</p> <p>P (capital) → 25 000</p> <p>t (tiempo) → ?</p> <p>(I) Interés ganado → 2000</p>

	<p>r (tasa de interés) → 1,6% trimestral → Nuestro resultado saldrá en trimestres. HAY 2 opciones:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Opción 1</th> <th>Opción 2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Si coloco el trimestre en decimales $\frac{1.6}{100} = 0.016$. Si hago esto ya NO divido entre 100 mi fórmula</td><td>Colocar el porcentaje tal cual y dividir toda la fórmula entre 100.</td></tr> <tr> <td>Demostración $I = (25000)(t)(0.016)$</td><td>Demostración $I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$</td></tr> </tbody> </table> <p>2do paso: Reemplazamos en la fórmula, puedes usar cualquiera de las opciones que vimos. En este caso haremos con las 2 para que notar que sale igual 😊</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Opción 1 (con decimales y SIN dividir)</th> <th>Opción 2 (tal cual él % y dividiendo)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> $I = (25000)(t)(0.016)$ $2000 = (25000)(t)(0.016)$ $\frac{2000}{(25000)(0.016)} = (t)$ $5 = (t)$ </td><td> $I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000 = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000(100) = (25000)(t)(1.6)$ $200000 = (25000)(t)(1.6)$ $\frac{200000}{(25000)(1.6)} = (t)$ $5 = (t)$ </td></tr> </tbody> </table> <p>DATAZO: Recordemos que nuestro tiempo (t) está en trimestres. Por eso nuestra respuesta será en trimestres.</p> <p>3er paso : REDACTAR la respuesta Respuesta: En 5 trimestres se ganará 2000 soles por los intereses ganados.</p>	Opción 1	Opción 2	Si coloco el trimestre en decimales $\frac{1.6}{100} = 0.016$. Si hago esto ya NO divido entre 100 mi fórmula	Colocar el porcentaje tal cual y dividir toda la fórmula entre 100.	Demostración $I = (25000)(t)(0.016)$	Demostración $I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$	Opción 1 (con decimales y SIN dividir)	Opción 2 (tal cual él % y dividiendo)	$I = (25000)(t)(0.016)$ $2000 = (25000)(t)(0.016)$ $\frac{2000}{(25000)(0.016)} = (t)$ $5 = (t)$	$I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000 = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000(100) = (25000)(t)(1.6)$ $200000 = (25000)(t)(1.6)$ $\frac{200000}{(25000)(1.6)} = (t)$ $5 = (t)$
Opción 1	Opción 2										
Si coloco el trimestre en decimales $\frac{1.6}{100} = 0.016$. Si hago esto ya NO divido entre 100 mi fórmula	Colocar el porcentaje tal cual y dividir toda la fórmula entre 100.										
Demostración $I = (25000)(t)(0.016)$	Demostración $I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$										
Opción 1 (con decimales y SIN dividir)	Opción 2 (tal cual él % y dividiendo)										
$I = (25000)(t)(0.016)$ $2000 = (25000)(t)(0.016)$ $\frac{2000}{(25000)(0.016)} = (t)$ $5 = (t)$	$I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000 = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000(100) = (25000)(t)(1.6)$ $200000 = (25000)(t)(1.6)$ $\frac{200000}{(25000)(1.6)} = (t)$ $5 = (t)$										

Ejercicio	(2,0P) Danilo deposita en una caja de ahorros S/ 3580 al 4,5 % anual de interés compuesto , capitalizable bimestralmente. Si Danilo desea retirar su dinero luego de 3 años, determine el <u>valor futuro</u> .
Solución Interés compuesto	<p>1er paso: Identificar los datos k bimestral → ¿cuantos bimestres hay en un año? Hay 6. <ul style="list-style-type: none"> • $k = 6$ P (capital) → 3580 r (tasa de interés) → 4,5% anual → Aquí también aplica lo de las dos opciones. En este caso optamos por la opción 2. t (tiempo) → 3 años.</p> <p>2do paso: Reemplazamos en la fórmula (según la opción que elijamos)</p>

	$VF = 3580 \left(1 + \frac{4,5}{100(6)}\right)^{3.6} \rightarrow \text{Resolver con calculadora}$ $VF = 4095,378192 \rightarrow \text{Aproximamos a dos decimales}$ $VF = 4095,38$ <p>3er paso: REDACTO mi respuesta Si Danilo retira su dinero luego de 3 años, el valor futuro será de 4095,38 soles aproximadamente.</p>
--	--

Ejercicio	(3P) Dos hermanos Eduardo y Kiara, reciben una herencia de \$150 000 cada uno y deciden depositarlo en entidades bancarias distintas. Eduardo deposita su dinero en un banco a una tasa de interés simple de 7,5% semestral y Kiara deposita el suyo a una tasa de interés compuesto de 4% anual capitalizable trimestralmente. Calcule el interés que recibirá cada uno después de 3 años.
Solución Parte 1 Interés Simple	<p>Eduardo:</p> $r_1 = 7,5\% \text{ semestral} = 15\% \text{ anual}$ $t_1 = 3 \text{ años}$ $I_1 = 150000 \left(\frac{15}{100}\right)(3) = \$ 67500 \text{ (0,5P)}$ <p>Eduardo recibirá un interés de \$ 67500 (0,5P)</p> <p>Se utiliza la opción 2 (poner el % tal cual y dividir entre 100)</p>
Solución parte 2 Interés compuesto	<p>Kiara:</p> $k = 4 \text{ (trimestralmente)}$ $VF_2 = 150000 \left(1 + \frac{4}{100(4)}\right)^{3(4)}$ $VF_2 = \$ 169023,25 \text{ (1P)}$ $I_2 = 169023,25 - 150000 = \$ 19023,25 \text{ (0,5P)}$ <p>Kiara recibirá un interés de \$ 19023,25 (0,5P)</p> <p>Se utiliza la opción 2 (poner el % tal cual y dividir entre 100)</p>

Más ejercicios

Proporción directa.

*Antonio se siente orgulloso por el desempeño que sus tres hijos han tenido a lo largo del año escolar. Por ello, decide repartir entre sus hijos **Luciano, Gerardo y Alejandro** 360 soles en forma directamente proporcional al promedio final que obtuvieron en el curso de Matemática durante el año escolar, los cuales fueron 16; 15 y 14, respectivamente.*

Pregunta: ¿Cuánto tiene Gerardo?

Total (N): 360

m: 16

n: 15

p: 14

$$\text{Me falta la constante K: } \frac{N}{m+n+p} = \frac{360}{16+15+14} = \frac{360}{45} = 8 \rightarrow K=8$$

Gerardo: $8 \times 15 = 120$

Respuesta: Gerardo tiene 120 soles.

Proporción inversa

*Además, dado que se han portado muy bien a lo largo del año, decide repartir 609 soles entre **Luciano, Gerardo y Alejandro** de forma inversamente proporcional a sus edades, las cuales son 10; 12 y 13 años, respectivamente.*

Pregunta: ¿Cuánto tiene Alejandro?

N: 609

$10 - 12 - 13 | 2,2,3,5,13 \rightarrow \text{MNC (780)}$

Ahora lo ponemos en fracción y multiplicamos por el mínimo común múltiplo:

$$\text{Luciano: } \frac{1}{10} \times 780 = 78$$

$$\text{Gerardo: } \frac{1}{12} \times 780 = 65$$

$$\text{Alejandro: } \frac{1}{13} \times 780 = 60$$

Ahora con esos nuevos datos hallamos k

$$K: \frac{609}{78+65+60} = 3$$

Alejandro: $60 \times 3 = 180$. Respuesta: Alejandro tiene 180 soles.

PORCENTAJE:

(1,0P) Fabiana fue a celebrar el cumpleaños de su menor hijo a un establecimiento en donde cobran 5 % adicional, si se paga con tarjeta. Al finalizar la reunión, el administrador del establecimiento le dijo a Fabiana que el pago por el servicio es de 750 soles. Si se sabe que Fabiana pagó con tarjeta, ¿cuál es la cantidad de dinero que pagó en total?

$$5\% \rightarrow \frac{5}{100} \times 750 = 37.5$$

$$\text{Total: } 750 + 37.5 = 787.5$$

Respuesta: La cantidad de dinero que pagó en total es de 787.5

Interés simple

- a) (2,0P) Ximena ha recibido una herencia de S/ 25 000, por lo cual decide depositarlo en una entidad financiera a una tasa de **interés simple** del 1,6 % trimestral. ¿Cuánto **tiempo** tiene que transcurrir para ganar S/ 2000 por concepto de intereses?

$$\text{Interés} = (P)(r)(t)$$

$$P = 25\,000$$

$$r = 1,6\% \text{ trimestral} \rightarrow 6,4\% \text{ anual}$$

$$t = ???$$

$$\text{Interés} = 2000$$

Forma 1:

$$2000 = (25000)(0,064)(t)$$

$$2000 = (1600)(t)$$

$$\frac{2000}{1600} = t$$

$$t = 1,25 \text{ años} \rightarrow 1,25 \times 12 = 15 \text{ meses} / 3 = 5 \text{ trimestres}$$

Forma 2:

$$2000 = (25000)(0,016)(t)$$

$$2000 = (400)(t)$$

$$\frac{2000}{400} = (t)$$

$$5 = (t) \rightarrow 5 \text{ trimestres}$$

El tiempo que tiene que transcurrir para ganar S/2000 es de 1.25 años.

El tiempo que tiene que transcurrir para ganar S/2000 es de 15 meses.

El tiempo que tiene que transcurrir para ganar S/2000 es de 5 trimestres.

Interés simple

- a) (2P) Margarita deposita cierta cantidad de dinero en la Caja de Ahorros "El Progreso" a una tasa de interés simple trimestral del 4 %. Si después de 5 años se obtiene un valor futuro de 8100 soles, determine el capital que se depositó en dicha Caja de Ahorros.

$$\text{Interés} = (t)(P)(r)$$

$$P = ???$$

$$r = 4\% \text{ trimestral} \rightarrow 16\%$$

$$t = 5 \text{ años}$$

$$\text{Interés} = (t)(P)(r)$$

$$8100 - P = (5)(P)(0,016)$$

$$8100 - P = 0,08(P)$$

$$8100 = 0,08(P) + P$$

$$8100 = (1,08)(P)$$

$$\frac{8100}{1.08} = P$$

$$7500 = P$$

Valor futuro: 8100

Valor futuro = P + Interés

8100 = P + Interés

8100 - P = Interés

Interés compuesto:

- b) (3P) Julián deposita en una entidad financiera el 18 % de 12 800 dólares al 5 % anual de interés compuesto, capitalizable semestralmente. Si Julián desea retirar su dinero luego de 2 años, ¿cuál es el interés total que se genera en ese periodo de tiempo?

$$VF = P \left(1 + \frac{r}{100k} \right)^{tk}$$

$$18\% \text{ de } 12800 = 2304$$

$$P = 2304$$

$$r = 5\% \text{ anual}$$

$$\text{Capitalización semestral } K = 2$$

$$t = 2 \text{ años.}$$

$$VF = 2304 \left(1 + \frac{5}{100(2)} \right)^{2(2)}$$

$$VF = 2304 \left(1 + \frac{5}{100(2)} \right)^{2(2)} = 2543.1849$$

VF = P + Interés

$$2543.1849 = 2304 + \text{Interés}$$

$$2543.1849 - 2304 = \text{Interés}$$

$$239.18 = \text{Interés}$$

Interés compuesto

(3,0P) Alejandro depositó S/ 12 500 en un banco al 8 % anual con capitalización semestral durante 3 años. En base a la información dada, calcule los intereses que se han generado durante ese periodo de tiempo.

$$VF = P \left(1 + \frac{r}{100k} \right)^{tk}$$

$$P: 12500$$

$$r: 8\%$$

$$t: 3 \text{ años}$$

$$k: 2 \text{ (porque semestral)}$$

Fórmula:

$$VF: 15816.48$$

Me piden los intereses.

VF = P + Intereses

$15816.48 = 12500 + \text{Intereses}$

$15816.48 - 12500 = \text{Intereses}$

$15816.48 - 12500 = \text{Intereses}$

$3316.48 = \text{Intereses}$

Se han generado S/.3316.48 de intereses.