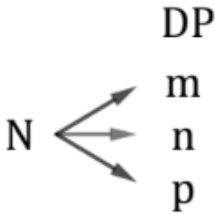
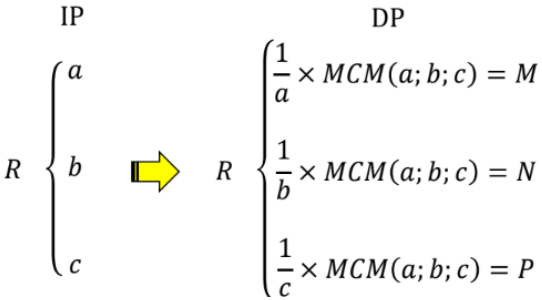
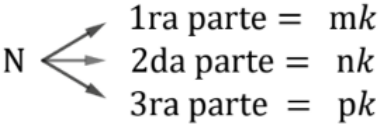


# Reparto proporcionales e interés simple y compuesto

Teoría y ejercicios paso a paso

## Tema 1: Reparto proporcional simple

Reparto simple DIRECTO	Reparto simple INVERSO
<p>N → Cantidad total  k → Constante de proporcionalidad  DP → Directamente proporcional  m, n, p → Los números a los que voy a repartir</p>	<p>R → Cantidad total  a,b,c → Número a los que voy a repartir  MCM → Mínimo común múltiplo.  M,N,P → Números convertidos para resolver.</p>
	
<p><b>Fórmulas:</b></p> $mk + nk + pk = N$ $k = \frac{N}{m+n+p}$	<p><b>Fórmula:</b></p> $Mk + Nk + Pk = R$ $k = \frac{R}{M+N+P}$
<p><b>Para hallar las partes:</b></p> 	<p><b>Para hallar las partes:</b></p> <p>1ra parte = <math>Mk</math>  2da parte = <math>Nk</math>  3ra parte = <math>Pk</math></p>
<p><b>Ejemplo 1:</b>  Repartir 475 en tres partes que sean directamente proporcionales a los números 5; 8 y 12.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>N → 475</li> <li>Números → 5; 8 y 12.</li> </ul> <p>¿Qué hago? Tengo que hallar k</p> $k = \frac{N}{m+n+p} = \frac{475}{5+8+12} = 19$ <p><b>2do paso Pero ahí no termina. Falta hallar las PARTES.</b></p> <p>1era parte = <math>5k = (5)(19) = 95</math>  2da parte = <math>8k = (8)(19) = 152</math></p>	<p><b>Ejemplo 2:</b>  Repartir 594 en forma inversamente proporcional a los números 2; 3; 6 y 10.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>R → 594</li> <li>a, b, c y d → 2;3;6;10</li> <li>MCM (2;3;6;10) → 30</li> </ul> <p><b>1er paso: ¿Qué hago primero? Pasarlo a Directamente Proporcional</b></p> $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ $\frac{1}{3} \times 30 = 10$ $\frac{1}{6} \times 30 = 5$

3era parte = $12k = (12)(19) = 228$	$\frac{1}{10} \times 30 = 3$ <p>Entonces ahora mis M,N,P,Q = {10;15;5;3}</p> <p><b>2do Paso:</b> Ahora paso a hallar K (como en DP)</p> $k = \frac{R}{M+N+P+Q} = \frac{549}{10+15+5+3} = 18$ <p><b>3er paso: Hallar las partes:</b></p> <p>1ra parte = <math>15(18) = 270</math>  2da parte = <math>10(18) = 180</math>  3ra parte = <math>5(18) = 90</math>  4ta parte = <math>3(18) = 54</math></p>
-------------------------------------	---

## Ejercicios de prácticas pasadas

<b>Ejercicio</b>	<p><i>Antonio se siente orgulloso por el desempeño que sus tres hijos han tenido a lo largo del año escolar. Por ello, decide repartir entre sus hijos <b>Luciano, Gerardo y Alejandro</b> 360 soles en forma directamente proporcional al promedio final que obtuvieron en el curso de Matemática durante el año escolar, los cuales fueron 16; 15 y 14, respectivamente. Además, dado que se han portado muy bien a lo largo del año, decide repartir 609 soles entre <b>Luciano, Gerardo y Alejandro</b> de forma inversamente proporcional a sus edades, las cuales son 10; 12 y 13 años, respectivamente.</i></p>
<b>Resolución Parte 1</b> (directamente proporcional)	<p><b>1er Paso: Datos</b>  <math>N \rightarrow 360</math>  números <math>\rightarrow 16;15;14</math></p> <p><b>2do Paso: Halla k</b>  <math>k = ?</math></p> $k = \frac{N}{\text{suma de números}} = \frac{360}{16+15+14} = \frac{360}{45} = 8$ <p><b>3er paso: Ahora multiplicar k con nuestros números</b>  Luciano <math>\rightarrow 16(8) \rightarrow</math>  Gerardo <math>\rightarrow 15(8) \rightarrow</math>  Alejandro <math>\rightarrow 14(8) \rightarrow</math></p>
<b>Resolución Parte 2</b> (inversamente proporcional)	<p><b>1er Paso: Datos</b>  <math>R \rightarrow 609</math>  números <math>\rightarrow 10;12;13</math></p> <p><b>2do Paso: Hallar el MCM (Mínimo común Múltiplo) de mis números iniciales</b>  MCM (10;12;13) <math>\rightarrow 5 \times 3 \times 13 \times 2 \times 2 \rightarrow 780</math></p> <p><b>4to paso: dividir <math>\frac{1}{a}</math> entre cada uno de nuestros números y multiplicarlos por el MCM.</b></p>

	$\frac{1}{10}x 780 = 78$ $\frac{1}{12}x 780 = 65$ $\frac{1}{13}x 780 = 60$ <p>Ahora, mis nuevos nuevos números son {78 ; 65 ; 60}</p> <p><b>5to paso: Ahora hallar k con nuestros NUEVOS números</b></p> $k = \frac{609}{78+65+60} = \frac{609}{203} = 3$ <p><b>6xto paso: No olvidar hallar nuestros resultados finales → k multiplicado por nuestros NUEVOS números</b> (como el final de directamente proporcional)</p> <p>Luciano → 78(3) =</p> <p>Gerardo → 65(3) =</p> <p>Alejandro → 60(3) =</p>
--	---

<b>Ejercicio</b>	<p>(2P) José, Renato y Luis tienen respectivamente 12, 15 y 18 años de edad. El tío de dichos jóvenes es un abogado egresado de la Universidad de Lima que ganó un premio de 74 mil soles por un juicio y decide repartirlo entre sus sobrinos de forma inversamente proporcionales a sus edades, ¿cuánto le corresponde al menor?</p>
<b>Solución</b>	$\frac{k}{12} + \frac{k}{15} + \frac{k}{18} = 74000 \quad (1P) \leftrightarrow k = 360000 \quad (0,5P) \quad \text{luego} \quad \frac{k}{12} = \frac{360000}{12} = 30000$ <p>Al hermano menor, le corresponde S/ 30000 (0,5P)</p>

<b>Ejercicio</b>	<p>4. (6 puntos) Esta pregunta tiene dos partes independientes.</p> <p>a) (4 puntos) Una empresa internacional repartió 60 000 dólares en forma directamente proporcional al número de aplicaciones que diseñaron sus colaboradores Juan, Diana y Renato, quienes crearon 5; 8 y 12 aplicaciones respectivamente. A su vez Diana decide repartir la mitad de lo que le tocó a sus dos hijas de 4 y 8 años, de manera inversamente proporcional a sus edades. ¿Cuánto recibe la hija menor de Diana?</p>								
<b>Solución Parte 1</b> Directamente proporcional	<table border="1"> <tr> <td>Se reparte 60 000 DP a los números 5; 8 y 12</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>5k + 8k + 12k = 60\,000</math></td> <td>(1,0P)</td> </tr> <tr> <td>Luego: <math>k = 2\,400</math></td> <td>(0,5P)</td> </tr> <tr> <td>A Diana le toca: <math>8(2\,400) = \\$ 19\,200</math></td> <td>(0,5P)</td> </tr> </table> <p>DP → Directamente proporcional</p>	Se reparte 60 000 DP a los números 5; 8 y 12		$5k + 8k + 12k = 60\,000$	(1,0P)	Luego: $k = 2\,400$	(0,5P)	A Diana le toca: $8(2\,400) = \$ 19\,200$	(0,5P)
Se reparte 60 000 DP a los números 5; 8 y 12									
$5k + 8k + 12k = 60\,000$	(1,0P)								
Luego: $k = 2\,400$	(0,5P)								
A Diana le toca: $8(2\,400) = \$ 19\,200$	(0,5P)								

<b>Solución</b> <b>Parte 2</b> Inversamente proporcional	Diana reparte 9 600 IP a las edades 4 y 8 años.
	$\left(\frac{1}{4} \times 8\right) t + \left(\frac{1}{8} \times 8\right) t = 9\,600$ (1,0P)
	Luego: $t = 3\,200$ (0,5P)
	La hija menor de Diana recibe \$ 6 400 (0,5P)
IP → Inversamente proporcional	

## Tema 2: Interés simple y compuesto

$$VF = P + I$$

Interés simple	Interés compuesto														
$I = \frac{(P)(r)(t)}{100}$ $I = \frac{(P)(r)(t)}{1200}$ $I = \frac{(P)(r)(t)}{36\,000}$ <p><i>t: tiempo en años    t: tiempo en meses    t: tiempo en días</i></p>	$VF = P \left( 1 + \frac{r}{100k} \right)^{tk}$														
<p>r% → tasa interés ANUAL P → Capital (dinero inicial) t → períodos transcurridos (en años, meses o días)</p>	<p>VF = Valor futuro P = Capital r = tasa de interés k = número de capitalizaciones al año</p>														
<p>DATAZOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Para estos casos lo primero que tienes que hacer es convertir la tasa de interés a ANUAL. EJM:             <ul style="list-style-type: none"> <li>4% Bimestral → 24% Anual</li> </ul> </li> </ul>	<p>DATAZO: Sobre la capitalización:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Tipo de capitalización</th><th>Número de capitalizaciones al año</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Capitalización anual</td><td>k = 1</td></tr> <tr> <td>Capitalización semestral</td><td>k = 2</td></tr> <tr> <td>Capitalización cuatrimestral</td><td>k = 3</td></tr> <tr> <td>Capitalización trimestral</td><td>k = 4</td></tr> <tr> <td>Capitalización bimestral</td><td>k = 6</td></tr> <tr> <td>Capitalización mensual</td><td>k = 12</td></tr> </tbody> </table>	Tipo de capitalización	Número de capitalizaciones al año	Capitalización anual	k = 1	Capitalización semestral	k = 2	Capitalización cuatrimestral	k = 3	Capitalización trimestral	k = 4	Capitalización bimestral	k = 6	Capitalización mensual	k = 12
Tipo de capitalización	Número de capitalizaciones al año														
Capitalización anual	k = 1														
Capitalización semestral	k = 2														
Capitalización cuatrimestral	k = 3														
Capitalización trimestral	k = 4														
Capitalización bimestral	k = 6														
Capitalización mensual	k = 12														

<b>Ejercicio</b>	(2,0P) Ximena ha recibido una herencia de S/ 25 000, por lo cual decide depositarlo en una entidad financiera a una tasa de <b>interés simple</b> del 1,6 % trimestral. ¿Cuánto <b>tiempo</b> tiene que transcurrir para ganar S/ 2000 por concepto de intereses?
<b>Solución Para Interés simple</b>	<b>1er paso: Colocar o identificar los datos:</b> P (capital) → 25 000 t (tiempo) → ? (I) Interés ganado → 2000

<p>r (tasa de interés) → 1,6% <b>trimestral</b> → Nuestro resultado <b>saldrá en trimestres. HAY 2 opciones:</b></p>	
<b>Opción 1</b>	<b>Opción 2</b>
Si coloco el trimestre en decimales $\frac{1,6}{100} = 0.016$ . Si hago esto ya NO divido entre 100 mi fórmula	Colocar el porcentaje tal cual y dividir toda la fórmula entre 100.
<b>Demostración</b> $I = (25000)(t)(0.016)$	<b>Demostración</b> $I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$
<p><b>2do paso: Reemplazamos en la fórmula, puedes usar cualquiera de las opciones que vimos. En este caso haremos con las 2 para que notar que sale igual 😊</b></p>	
<b>Opción 1</b> (con decimales y SIN dividir)	<b>Opción 2</b> (tal cual él % y dividiendo)
$I = (25000)(t)(0.016)$ $2000 = (25000)(t)(0.016)$ $\frac{2000}{(25000)(0.016)} = (t)$ $5 = (t)$	$I = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000 = \frac{(25000)(t)(1.6)}{100}$ $2000(100) = (25000)(t)(1.6)$ $200000 = (25000)(t)(1.6)$ $\frac{200000}{(25000)(1.6)} = (t)$ $5 = (t)$
<p><b>DATAZO: Recordemos que nuestro tiempo (t) está en trimestres. Por eso nuestra respuesta será en trimestres.</b></p>	
<p><b>3er paso : REDACTAR la respuesta</b>          Respuesta: En <b>5 trimestres</b> se ganará 2000 soles por los intereses ganados.</p>	

<b>Ejercicio</b>	<p>(2,0P) Danilo deposita en una caja de ahorros S/ 3580 al 4,5 % anual de <b>interés compuesto</b>, capitalizable bimestralmente. Si Danilo desea retirar su dinero luego de 3 años, determine el <u>valor futuro</u>.</p>
<b>Solución</b> <b>Interés compuesto</b>	<p><b>1er paso: Identificar los datos</b>          k bimestral → ¿cuantos bimestres hay en un año? Hay 6.          • k = 6          P (capital) → 3580          r (tasa de interés) → 4,5% anual → Aquí también aplica lo de las dos opciones. En este caso optamos por la opción 2.          t (tiempo) → 3 años.</p> <p><b>2do paso: Reemplazamos en la fórmula (según la opción que elijamos)</b></p>

	$VF = 3580\left(1 + \frac{4,5}{100(6)}\right)^{3,6} \rightarrow \text{Resolver con calculadora}$ $VF = 4095,378192 \rightarrow \text{Aproximamos a dos decimales}$ $VF = 4095,38$ <p><b>3er paso: REDACTO mi respuesta</b> Si Danilo retira su dinero luego de 3 años, el valor futuro será de 4095,38 soles aproximadamente.</p>
--	---

<b>Ejercicio</b>	<p>(3P) Dos hermanos Eduardo y Kiara, reciben una herencia de \$150 000 cada uno y deciden depositarlo en entidades bancarias distintas. Eduardo deposita su dinero en un banco a una tasa de interés simple de 7,5% semestral y Kiara deposita el suyo a una tasa de interés compuesto de 4% anual capitalizable trimestralmente. Calcule el interés que recibirá cada uno después de 3 años.</p>
<b>Solución Parte 1</b>  <b>Interés Simple</b>	<p><b>Eduardo:</b></p> $r_1 = 7,5\% \text{ semestral} = 15\% \text{ anual}$ $t_1 = 3 \text{ años}$ $I_1 = 150000 \left( \frac{15}{100} \right) (3) = \$ 67500 \text{ (0,5P)}$ <p>Eduardo recibirá un interés de \$ 67500 (0,5P)</p> <p>Se utiliza la opción 2 (poner el % tal cual y dividir entre 100)</p>
<b>Solución parte 2</b>  <b>Interés compuesto</b>	<p><b>Kiara:</b></p> $k = 4 \text{ (trimestralmente)}$ $VF_2 = 150000 \left( 1 + \frac{4}{100(4)} \right)^{3(4)}$ $VF_2 = \$ 169023,25 \text{ (1P)}$ $I_2 = 169023,25 - 150000 = \$ 19023,25 \text{ (0,5P)}$ <p>Kiara recibirá un interés de \$ 19023,25 (0,5P)</p> <p>Se utiliza la opción 2 (poner el % tal cual y dividir entre 100)</p>

## Más ejercicios

### Proporción directa.

*Antonio se siente orgulloso por el desempeño que sus tres hijos han tenido a lo largo del año escolar. Por ello, decide repartir entre sus hijos **Luciano, Gerardo y Alejandro** 360 soles en forma directamente proporcional al promedio final que obtuvieron en el curso de Matemática durante el año escolar, los cuales fueron 16; 15 y 14, respectivamente.*

**Pregunta: ¿Cuánto tiene Gerardo?**

Total (N): 360

m: 16

n: 15

p: 14

Me falta la constante K:  $\frac{N}{m+n+p} = \frac{360}{16+15+14} = \frac{360}{45} = 8 \rightarrow K=8$

Gerardo:  $8 \times 15 = 120$

Respuesta: Gerardo tiene 120 soles.

### Proporción inversa

*Además, dado que se han portado muy bien a lo largo del año, decide repartir 609 soles entre **Luciano, Gerardo y Alejandro** de forma inversamente proporcional a sus edades, las cuales son 10; 12 y 13 años, respectivamente.*

**Pregunta: ¿Cuánto tiene Alejandro?**

N: 609

10 - 12 - 13 | 2,2,3,5,13  $\rightarrow$  MNC (780)

Ahora lo ponemos en fracción y multiplicamos por el mínimo común múltiplo:

Luciano:  $\frac{1}{10} \times 780 = 78$

Gerardo:  $\frac{1}{12} \times 780 = 65$

Alejandro:  $\frac{1}{13} \times 780 = 60$

Ahora con esos nuevos datos hallamos k

K:  $\frac{609}{78+65+60} = 3$

Alejandro:  $60 \times 3 = 180$ . Respuesta: Alejandro tiene 180 soles.

### PORCENTAJE:

(1,0P) Fabiana fue a celebrar el cumpleaños de su menor hijo a un establecimiento en donde cobran 5 % adicional, si se paga con tarjeta. Al finalizar la reunión, el administrador del establecimiento le dijo a Fabiana que el pago por el servicio es de 750 soles. Si se sabe que Fabiana pagó con tarjeta, ¿cuál es la cantidad de dinero que pagó en total?

$5\% \rightarrow \frac{5}{100} \times 750 = 37.5$

Total:  $750 + 37.5 = 787.5$

Respuesta: La cantidad de dinero que pagó en total es de 787.5

### Interes simple

- a) (2,0P) Ximena ha recibido una herencia de S/ 25 000, por lo cual decide depositarlo en una entidad financiera a una tasa de **interés simple** del 1,6 % trimestral. ¿Cuánto **tiempo** tiene que transcurrir para ganar S/ 2000 por concepto de intereses?

$$\text{Interés} = (P)(r)(t)$$

$$P = 25\,000$$

$$r = 1,6\% \text{ trimestral} \rightarrow 6.4\% \text{ anual}$$

$$t = \text{????}$$

$$\text{Interés} = 2000$$

#### **Forma 1:**

$$2000 = (25000)(0,064)(t)$$

$$2000 = (1600)(t)$$

$$\frac{2000}{1600} = t$$

$$t = 1.25 \text{ años} \rightarrow 1.25 \times 12 = 15 \text{ meses} / 3 = 5 \text{ trimestres}$$

#### **Forma 2:**

$$2000 = (25000)(0,016)(t)$$

$$2000 = (400)(t)$$

$$\frac{2000}{400} = (t)$$

$$5 = (t) \rightarrow 5 \text{ trimestres}$$

El tiempo que tiene que transcurrir para ganar S/2000 es de 1.25 años.

El tiempo que tiene que transcurrir para ganar S/2000 es de 15 meses.

El tiempo que tiene que transcurrir para ganar S/2000 es de 5 trimestres.

### Interes simple

- a) (2P) Margarita deposita cierta cantidad de dinero en la Caja de Ahorros “El Progreso” a una tasa de interés simple trimestral del 4 %. Si después de 5 años se obtiene un valor futuro de 8100 soles, determine el capital que se depositó en dicha Caja de Ahorros.

$$\text{Interés} = (t)(P)(r)$$

$$P = \text{???}$$

$$r = 4\% \text{ trimestral} \rightarrow 16\%$$

$$t = 5 \text{ años}$$

$$\text{Interés} = (t)(P)(r)$$

$$8100 - P = (5)(P)(0.016)$$

$$8100 - P = 0.08(P)$$

$$8100 = 0.08(P) + P$$

$$8100 = (1.08)(P)$$



$$\frac{8100}{1.08} = P$$

$$7500 = P$$

Valor futuro: 8100

Valor futuro = P + Interés

8100 = P + Interés

8100 - P = Interés

### Interés compuesto:

- b) (3P) Julián deposita en una entidad financiera el 18 % de 12 800 dólares al 5 % anual de interés compuesto, capitalizable semestralmente. Si Julián desea retirar su dinero luego de 2 años, ¿cuál es el interés total que se genera en ese periodo de tiempo?

$$VF = P \left( 1 + \frac{r}{100k} \right)^{tk}$$

18% de 12800 = 2304

P = 2304

r = 5% anual

Capitalización semestral K = 2

t = 2 años.

$$VF = 2304 \left( 1 + \frac{5}{100(2)} \right)^{2(2)}$$

$$VF = 2304 \left( 1 + \frac{5}{100(2)} \right)^{2(2)} = 2543.1849$$

**VF = P + Interés**

2543.1849 = 2304 + Interés

2543.1849 - 2304 = Interés

**239.18 = Interés**

### Interes compuesto

(3,0P) Alejandro depositó S/ 12 500 en un banco al 8 % anual con capitalización semestral durante 3 años. En base a la información dada, calcule los intereses que se han generado durante ese periodo de tiempo.

$$VF = P \left( 1 + \frac{r}{100k} \right)^{tk}$$

P: 12500

r: 8%

t: 3 años

k: 2 (porque semestral)

Fórmula:

VF: 15816.48

Me piden los intereses.

VF = P + Intereses

$$15816.48 = 12500 + \text{Intereses}$$

$$15816.48 - 12500 = \text{Intereses}$$

$$3316.48 = \text{Intereses}$$

$$3316.48 = \text{Intereses}$$

Se han generado S/.3316.48 de intereses.