

Interés compuesto

Definición y Ejercicios resueltos para entender

Definición:

Procedimiento mediante el cual el interés generado por un capital en una unidad de tiempo, se capitaliza, vale decir, se incorpora al capital, el mismo que genera un nuevo interés en la siguiente unidad de tiempo y así sucesivamente durante el horizonte temporal (plazo).

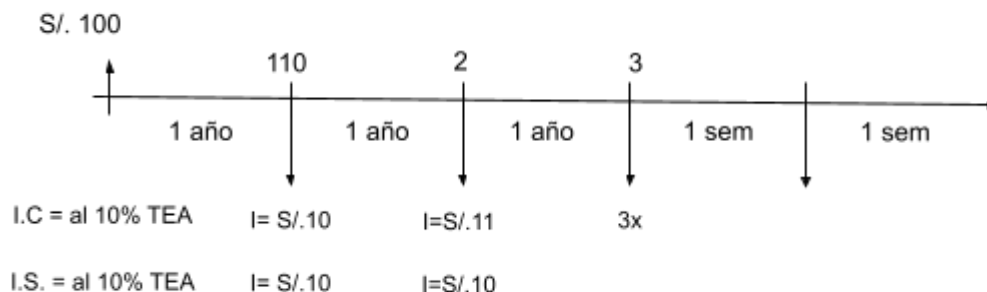
(Es decir, imagina que tienes dinero en una cuenta de banco, y cada periodo de tiempo, el banco te da un poquito más de dinero por lo que tienes guardado (eso es el interés). Pero en vez de sacar ese dinero que te dan, lo dejas dentro de la cuenta. Entonces, al siguiente año, el banco te da dinero por todo lo que hay ahora, no solo por lo que pusiste al comienzo)

Características:

- El plazo está constituido de al menos dos periodos de capitalización.
- Los intereses se integran con el capital invertido al final de cada periodo de capitalización.
- Los intereses ganan interés en todos los periodos que siguen al de su capitalización
- El capital impuesto cambia automáticamente al finalizar cada periodo de capitalización.

¿Qué rayos es la **capitalización**? Es el nuevo total que genera más interés después. Como una bola que va creciendo. YAA imagínalo así. Tienes un dinero ponle 1000, y cada tanto tiempo crece y se "actualiza". Ejemplo: tu capitalización es mensual, entonces, cada mes tu capital se va "actualizar", y el interés será sacado de ese nuevo capital "actualizado". **Caso:** en enero era 1000, se sacará el interés sobre 1000. Luego, si mi capitalización es mensual, en un mes se crece y se "actualiza" 1100 pongámosle, ahora el interés se sacará sobre los 1100 y así sucesivamente.

Gráfico que diferencia IC (Interés compuesto) de IS (Interés simple)



Como puedes ver el Interés "I" de interés simple se MANTIENE, mientras que en el interés compuesto el Interés "I" sigue AUMENTANDO.

Elementos:

C = Capital / principal / valor presente / valor actual (se llama de diversas maneras) (Dinero que inviertes al inicio)

S = Monto / valor futuro / valor nominal (Dinero que tendrás al final)

I = Total de intereses (interés monetario): (Ganancia total por el capital)

n = Plazo: número de periodos de capitalización (Cuántas veces se gana interés)

j = Tasa nominal de interés (Interés sin capitalización → Porcentaje de interés (pero sin decir cuántas veces se suma al dinero).

m = Frecuencia de capitalización (Veces que se capitaliza al año → Es cuántas veces al año se suma el interés)

i = Tasa efectiva de interés (Interés real considerando capitalización)

$$i = \frac{j}{m}$$

¿Qué rayos es la **capitalización**? Es el nuevo total que genera más interés después. Como una bola que va creciendo.

Fórmulas

$$S = C(1 + i)^n$$

$$C = S(1 + i)^{-n}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{S}{C}} - 1$$

$$n = \frac{\log(\frac{S}{C})}{\log(1+i)}$$

$$I = S - C$$

Tasa de interés compuesto

Está compuesta de dos partes (o mejor dicho 2 letras “j” y “m”, que luego se dividirán $i = \frac{j}{m}$):

1era parte: “j” se denomina tasa nominal y se expresa en % a un periodo de tiempo:

Ejemplo:

- 25% de tasa nominal anual ($j=25\%$ TNA (tasa nominal anual))
- 1.8% de tasa nominal mensual ($j=1.8\%$ TNM (tasa nominal mensual))
- 13.4567% de tasa nominal trimestral ($j=13.4567\%$ TNT (tasa nominal trimestral))

2da parte: Es la frecuencia de la capitalización “m” que indica que el número de veces que se pueden capitalizar los interés en el periodo de referencia de la tasa nominal (ahorita con los ejemplo entenderás mejor →

Ejemplos:

- 25% de TNA (tasa nominal anual) con capitalización mensual; $m=12$, los interés se pueden capitalizar 12 veces en un año.
- 1.8% de TNM (tasa nominal mensual) con capitalización diaria; $m = 30$, los interés puede capitalizar 30 veces en un mes.
- 13.4567% de TNT (tasa nominal trimestral) con capitalización bimestral; $m = 1.5$; los interés se pueden capitalizar una vez y media en un trimestre (1 trimestre = 1.5 bimestre).
- 8% de TNS con capitalización trimestral; $m=2$; los interes de

La pregunta que te tienes que hacer para hallar “m” es

- Para calcular m, ¿cuántas veces la unidad de tiempo de la capitalización anunciada está contenida en la unidad de tasa nominal?

En cristiano → ¿Si la capitalización es _____, cuanto días/meses/bimestres/semestres hay en la tasa nominal _____?

Ejemplo con los ejemplos anteriores.

- ¿Si la capitalización es **mensual**, cuántos **meses** hay en un **AÑO** (tasa nominal anual)?
→ $m=12$, 12 meses en un año.
- ¿Si la capitalización es **diaria**, cuántos **días** hay en un **MES** (tasa nominal mensual)?
→ $m = 30$, 30 días en un mes.
- ¿Si la capitalización es **bimestral**, cuántos **bimestres** hay en un **trimestre** (tasa nominal trimestral)?
→ $m= 1.5$, 1.5 bimestres en un trimestre

Tasa efectiva por Período de capitalización “i” (AHORA HAY QUE DIVIDIR $i = \frac{j}{m}$)

En conclusión: Hallas “j” (tasa nominal), luego “m”(capitalización) y luego los divides para hallar “i” (tasa efectiva). Lee bien en el examen QUE TASA TE PIDEN.

Ejercicios

Ejercicio 1

Un capital de S/.x se invierte en las siguientes condiciones

- I. Los primeros 90 días al 8% TEA (Tasa efectiva anual)
- II. Los siguientes 13 meses al 4% TNS (Tasa nominal semestral) con capitalización trimestral.
- III. Los siguientes 4 semestres al 2.1% TNB (tasa nominal bimestral) con capitalización diaria.
- IV. Los últimos 2 años al 0.67% TEM (Tasa efectiva mensual)

Si al término del plazo total el monto es de S/.505 557; calcular:

Bueno antes de calcular entendamos bien las cosas..

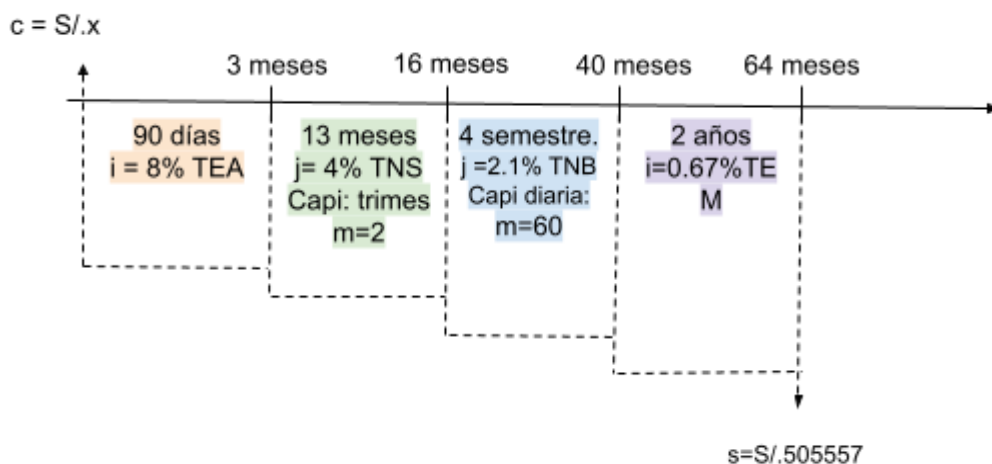
Un capital de S/.x se invierte en las siguientes condiciones

- V. Los primeros 90 días al 8% TEA (Tasa efectiva anual) **tasa efectiva = "i", i = 0.08**
 - VI. Los siguientes 13 meses al 4% TNS (Tasa nominal semestral) con capitalización trimestral. → **tasa nominal = "j", j = 0.04**, cuando me pongan tasa nominal tengo que hallar "j" y "m" y luego dividirlos. **En este caso m sería → ¿Si mi capitalización es trimestral, cuántos trimestres hay en un semestre (tasa nominal semestral)? → m = 2. → i = $\frac{j}{m}$ → $\frac{0.04}{2}$ → i = 0.02**
 - VII. Los siguientes 4 semestres al 2.1% TNB (Tasa nominal bimestral) con capitalización diaria. **tasa nominal = "j", j = 0.021**, cuando me pongan tasa nominal tengo que hallar "j" y "m" y luego dividirlos. **En este caso m sería → ¿Si mi capitalización es diaria, cuántos días hay en un bimestre tasa nominal bimestral)? → m = 60. → i = $\frac{j}{m}$ → $\frac{0.021}{60}$ → i = 0.00035**
 - VIII. Los últimos 2 años al 0.67% TEM (Tasa efectiva mensual) **tasa efectiva = "i", i = 0.0067**
- Si al término del plazo total el monto es de S/.505 557 (**monto "S"**); calcular.

TODO ESTO que vimos lo veremos ahorita en este gráfico:

a) El valor de S/.x

C=S/.x → debo hallar el "Capital"



1ero utilizando: $s = c(1 + i)^n$ → Para ello usaré esta fórmula y se usa para cada pedazo (color). Cada uno de ellos debo coincidir en tasa y tiempo. Hay 2 maneras

1. Cuando hay capitalización... ¿Cuántos ____ (según la capitalización) hay en un ____ (del tiempo que te dan)?
2. Si NO hay capitalización¿ Cuántos ____ (según la tasa efectiva) hay en un ____ (del tiempo que te dan)?

Hagámoslo con los que tenemos

- a) No tiene capitalización:

- i) ¿ Cuántos años (según la tasa efectiva) hay en un día (del tiempo que te dan)? Hay $\frac{1}{360}$ años
- ii) 90 días pero tengo una tasa anual. $\rightarrow 90 \times \frac{1}{360} \rightarrow \frac{90}{360}$
- b) Si tiene capitalización: 13 meses pero una capitalización mensual
- i) ¿ Cuántos trimestres (según la capitalización) hay en un mes (del tiempo que te dan)? $\frac{1}{3}$ trimestre
- ii) 13 meses pero tengo capitalización mensual $\rightarrow 13 \times \frac{1}{3} \rightarrow \frac{13}{3}$
- c) Si tiene capitalización: 4 semestres pero una capitalización diaria
- i) ¿ Cuántos días (según la capitalización) hay en un semestre (del tiempo que te dan)? 180 días
- ii) Tengo 4 meses pero a una capitalización diaria $\rightarrow 4 \times 180$
- d) No tiene capitalización
- i) ¿ Cuántos meses (según la tasa efectiva) hay en un año (del tiempo que te dan)? Hay 12 meses
- ii) Tengo 2 años pero a una tasa mensual = 2×12

Esos son los motivos de las "n" que encontrarás abajo. Los demás datos fueron reemplazados según la fórmula.

$$s = c(1 + i)^n$$

$$505557 = x(1 + 0.08)^{\frac{90}{360}} \left(1 + \frac{0.04}{2}\right)^{\frac{13}{3}} \left(1 + \frac{0.021}{60}\right)^{(4 \times 180)} (1 + 0.0067)^{(2 \times 12)}$$

$$505557 = 1.677444106x$$

$$x = S/. 301385.30$$

Hay otra opción de utilizar esta fórmula:

Las tasas (o capitalizaciones) deben coincidir con el plazo. (explicado en la parte de arriba)

2do utilizando: $c = s(1 + i)^{-n}$

$$x = 505557(1 + 0.08)^{-\frac{90}{360}} \left(1 + \frac{0.04}{2}\right)^{-\frac{13}{3}} \left(1 + \frac{0.021}{60}\right)^{-(4 \times 180)} (1 + 0.0067)^{-(2 \times 12)}$$

$$x = 505557 (1 + 0.08)^{-\frac{90}{360}} \left(1 + \frac{0.04}{2}\right)^{-\frac{13}{3}} \left(1 + \frac{0.021}{60}\right)^{-(4 \times 180)} (1 + 0.0067)^{-(2 \times 12)}$$

$$x = S/. 301385.30$$

b) Los intereses

$$I = S - C \Rightarrow I = 505557 - 301385.30 \Rightarrow I = S/. 204171.70$$

c) La tasa promedio efectiva ("i") anual para el plazo total:

Reemplazo todo menos "i". Además acomodo el plazo a la tasa anual. ¿Cuántos años hay en un mes? $\frac{1}{12}$. Entonces $64 \times \frac{1}{12}$

$$s = c(1 + i)^n$$

$$505557 = 301385.30c(1 + i)^{\frac{64}{12}}$$

$$\sqrt[64]{\frac{505557}{301385.30}} - 1 = i$$

$$i = 0.101848 (100)$$

$$i = 10.1848\% \text{ TEA promedio}$$

d) La tasa promedio efectiva mensual ("i") para el plazo total

Reemplazo todo menos "i". En "n" no hago nada porque el tiempo ya está en MENSUAL.

$$s = c(1 + i)^n$$

$$505557 = 301385.30(1 + i)^{64}$$

$$i = \sqrt[64]{\frac{505557}{301385.30}} - 1$$

$$i = 0.008115114 (100)$$

$$i = 0.8115114\% \text{ TEM promedio}$$

Ejercicio 2

Se compra un camión a un representante automotriz con financiamiento, cuyo precio al contado es de S/.387000 cancelando una cuota inicial de 20% del precio al contado y el saldo capital se financia en un Banco con 4 cuotas anual, de igual monto cada una, al 11.11% TEA. Calcular.

a. Saldo Capital (préstamo)

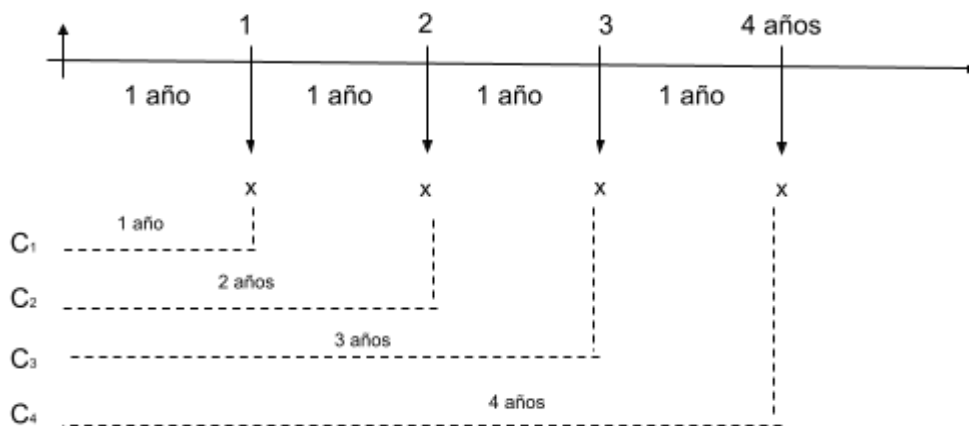
Precio al contado: S/.387000

Cuota inicial: S/. 77400 -

Saldo capital: S/.209600

b. El monto de cada cuota: Foco 0

S/. 309600



En este caso buscamos el monto "S".

Para ello usaremos esta fórmula con sumas:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = S/. 309600$$

$$C = s(1 + i)^{-n}$$

Como TODO (el plazo y la tasa) "n", lo único que se hace es aumentar según la cantidad de años que han pasado.

$$309600 = x(1.1111)^{-1} + x(1.1111)^{-2} + x(1.1111)^{-3} + x(1.1111)^{-4}$$

$$309600 = 0.900009x + 0.810016x + 0.729022x + 0.656126x$$

$$309600 = 3.095173x$$

$$x = S/.100026.72$$

c. Los intereses

$$I = S - C$$

$$I = 4(100026.72) - 309600$$

$$I = S/. 90506.88$$

d. Precio de venta con financiamiento:

Para hallar el precio de venta hay dos formas:

$$Pv = P_{\text{contado}} + \text{interes}$$

$$Pv = 387000 + 90506.88$$

$$Pv = S/.477506.88$$

$$Pv = cuota\ inicial + saldo\ capital + intereses$$

$$Pv = 77400 + 309600 + 90506.88$$

$$Pv = S/.477506.88$$