Alexia Rosas T

Límites laterales

También como separar un límite a límite lateral

Ejercicio 1

Calcule los límites que se indican si y graficar.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 3, & x < 2 \\ 2x - 4, & 2 \le x < 4 \\ 5x - x^2, & x > 4 \end{cases}$$

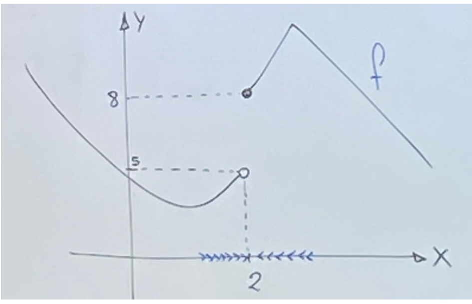
Paso 1. Colocar el dominio

$Dom\,(f) = \; <-\infty; 2> \; \cup \; [2; 4> \; \cup \; <4; +\infty>$

$Dom\,(f) = \; <-\infty; 4> \; \cup \; <4; +\infty>$

$Dom\,(f) = R - \{4\}$

Paso 2. Graficar.



Paso 3. Colocar los límites laterales.

Por la izquierda	Por la derecha
$\lim\limits_{x \to 2^-} fx = 5$	$\lim\limits_{x \to 2^+} fx = 8$
Límite lateral por la izquierda	Límite lateral por la derecha
Se pone el exponencial "-" cuando es el límite por la izquierda	Se pone el exponencial "+" cuando es el límite por la derecha
Límite lateral de f cuando x tiende a 2 por la izquierda	Límite de f cuando x tiende a 2 por la derecha.

Observación.

Si $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L$

Entonces existe $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$

Esto quiere decir que si ambos límites laterales coinciden (son el mismo número), esto significa que el límite existe (y es ese resultado).

Alexia Rosas T

¿Cómo resolver Límites laterales?

Hay límites laterales cuando es una función por tramos. Y cuando está en el límite de cambio.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 3, & x < 2 \\ 2x - 4, & 2 \leq x < 4 \\ 5x - x^2, & x > 4 \end{cases}$$

Paso 1. Colocar el dominio para ver en qué puntos es que cambia la función.

$Dom\,(f) = \; <-\infty; 2> \;\cup\; [2; 4> \;\cup\; <4; +\infty>$

Paso 2. Determinar cuales son los puntos.

En este caso la función cambia en el número 2 y en el número 4.

Por ejemplo. En esta función es el número 2 y el número 4 los puntos de cambio.

Cuando la función tiende a 2	Cuando la función tiende a 4
$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} 2x^2 - x - 3 = 3$ $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} 2x - 4 = 0$	$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} 2x - 4 = 4$ $\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} 5x - x^2 = 4$

¿Qué preguntas te pueden hacer aquí?

Existe límite cuando F(x) tiende a 2 → NO	Existe límite cuando f(x) tiende a 4 → SI
$Como \lim_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim_{x\to 2^+} f(x)$ Entonces no existe $\lim_{x\to 2} f(x)$	$Como \lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^+} f(x)$ Entonces SI existe $\lim_{x\to 4} f(x)$ = 4

Alexia Rosas T

Ejercicio 2

Si,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax+2}{2x^2+1}, & x \leq 1 \\ \frac{x^3+5x-6}{x^2-1}, & x > 1 \end{cases}$$

Calcule el valor de a, de manera que exista el límite $\lim_{x \to 1} f(x)$

Paso 0. Entender.

- Si me piden que halle un límite y VEO que es una función por tramos de inmediato tienes que sacar los límites laterales. ¿y como sacaré A? al igualar ambos límites laterales.

Paso 1. Colocar el dominio para ver en qué puntos es que cambia la función.

$Dom\,(f) = \;<-\infty; 1] \;\cup\; < 1 + \infty >$

Paso 2. Determinar cuales son los puntos.

En este caso es 1.

Paso 3. Hallar los limites laterales con 1.

Límite hace la izquierda de 1	Límite hacia la derecha de 1
$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \frac{ax+2}{2x^2+1} = \frac{a(1)+2}{2(1)^2+1} = \frac{a+2}{3}$	$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{x^3+5x-6}{x^2-1}$ ¿Qué sucede aquí? Salen números complejos al resolver el polinomio del numerador.

Paso 4. Resolver eso, primero lo hago con calculadora. Y como me sale 1, (# imaginario), (#imaginario), aplicar ruffini.

Paso 5. Lo coloco en rufini.

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{(x-1)(x^2+x+6)}{(x-1)(x+1)} = \frac{8}{2} = 4$

Paso 6. Iguala los límites laterales para hallar a.

$\frac{a+2}{3} = 4$

$a = 10$

Alexia Rosas T

Ejercicio 3

Para,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax+2}{x-3}, \ x \leq 2 \\ bx^2 - 4, \ 2 < x < 4, \\ \frac{x^2+2x}{x-2}, \ x \geq 4 \end{cases}$$

Calcule los valores de a y b, de manera que existan los límites $\lim_{x \to 2} f(x)$ y $\lim_{x \to 4} f(x)$.

Paso 1. Determinar los puntos que tienes que encontrar.
En este caso te los dan: 2 y 4.

Paso 2.Empezar a resolver los límites de 2 y 4

Límites laterales de 2	**Límites laterales de 4**
$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{ax+2}{x-3} = \frac{2a+2}{-1} =- 2a - 2$	$\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4^-} = bx^2 - 4 = 16b - 4$
$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} bx^2 - 4 = 4b - 4$	$\lim_{x \to 4^-} f(x) = \lim_{x \to 4^-} = \frac{x^2+2x}{x-2} = \frac{24}{2} = 12$

Paso 3. Se igualan las ecuaciones para que existan los límites. Primero con las del 4 para poder hallar b.

$16b - 4 = 12$
$16b = 16$
$b = 1$

Paso 4. igualamos las ecuaciones de los límites laterales de 2 para poder hallar a.
$- 2a - 2 = 4b - 4$
$- 2a - 2 = 4.1 - 4$
$- 2a = 4 - 4 + 2$
$- 2a = 2$
$a = \ - 1$