Alexia Rosas T

Límites de funciones

Cuando el límite sale $\frac{0}{0}$ y eliminar la conjugada

Ejemplo 1.Calcular el límite de esta función

$$\lim_{x\to 2} \frac{2x^3-5x^2-3x-30}{x^2+5x-14}$$

Paso 1. Reemplazar para verificar si hay respuesta.

$x = 2$

$$\frac{2(8)+5(4)-6-30}{40+10-14} = \frac{0}{0}$$

Ahora que sale 0/0 recién vamos a factorizar, porque es imposible 0/0.

Observación:

$$\lim_{x\to 2} = \frac{x^3-5}{x-1} = 3$$

Si me sale un número , ese número es la respuesta.

Paso 2. Factorizar (se puede resolver esto con la calculadora)

$$\lim_{x\to 2} \frac{2x^3-5x^2-3x-30}{x^2+5x-14}$$

El de arriba es complejo porque

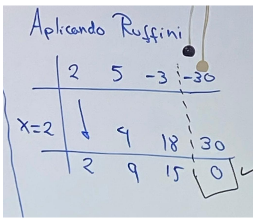
Respuestas:

- 2
- i
- i

Ese 2 es igual a

$(x - 2)$ (....)

Paso 3. Aplicando Ruffini para factorizar y resolver lo complejo.



Paso 4. resultado final de la factorización y elimino lo que hace que sea 0

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\,(2x^2+9x+15)}{(x-2)(x+7)}$$

Paso 5.Reemplazo todo por el número del límite. Aquí reemplazo x por 2

$$\lim_{x\to 2} \frac{2x^2+9x+15}{x+7} = \frac{41}{9}$$

Alexia Rosas T

Ejemplo 20

Calcule $\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{x^2-4x}$

¿Es un polinomio? No, porque tiene raíz.

Solución:

Paso 1. Resolver para ver si tengo que factorizar.

$$\frac{\sqrt{25}-5}{16-16} = \frac{0}{0}$$

Esto me indica que si tengo que resolver.

Paso 2. Multiplicar por la conjugada.

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{x^2-4x} = \lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{x^2-4x} x \frac{\sqrt{x^2+9}+5}{\sqrt{x^2+9}+5} = \lim_{x \to 4} \frac{(\sqrt{x^2+9})^2-5^2}{x(x-4).(\sqrt{x^2+9}+5}$$

Paso 3. Elimino la raíz y simplificar

$$\lim_{x \to 4} \frac{x^2-16}{x(x-4)(\sqrt{x^2+9}+5)}$$

Paso 4. Cancelas el factor común

$$\lim_{x \to 4} \frac{(x-4)(x+4)}{x(x-4)(\sqrt{x^2+9}+5)}$$

Paso 5. Reemplazo x por 4

$$\lim_{x \to 4} \frac{((x+4)}{x(\sqrt{x^2+9}+5)} = \frac{8}{4(10)} = \frac{1}{5}$$

Alexia Rosas T

Ejercicio 8

Calcule $L = \lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{3x^2-2}-5}{2x^2-3x^2-8x-3}$

Paso 1: Verificar

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{3x^2-2}-5}{2x^2-3x^2-8x-3} = \frac{0}{0}$$

Paso 2. Multiplicar por la conjugada

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{3x^2-2}-5}{2x^2-3x^2-8x-3} x \frac{\sqrt{3x^2-2}+5}{\sqrt{3x^2-2}+5}$$

Paso 3. Aplicar ruffini o usar la calculadora para resolver el polinomio del denominador.

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{3x^2-2}-5}{2(x-3)(x+\frac{1}{2})(x+1)} x \frac{\sqrt{3x^2-2}+5}{\sqrt{3x^2-2}+5}$$

Paso 4. Resolver la multiplicación

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{(\sqrt{3x^2-2})^2-5^2}{2(x-3)(x+\frac{1}{2})(x+1)(\sqrt{3x^2-2}+5)} =$$

Paso 5. Se elimina la raíz

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{3x^2-27}{2(x-3)(x+\frac{1}{2})(x+1)(\sqrt{3x^2-2}+5)}$$

Paso 6.Factorizar el nominador

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{3(x+3)(x-3)}{2(x-3)(x+\frac{1}{2})(x+1)(\sqrt{3x^2-2}+5)}$$

Paso 7. Eliminó el (x-3) y multiplico el $2\left(x + \frac{1}{2}\right)$

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{3(x+3)}{2(x+\frac{1}{2})(x+1)(\sqrt{3x^2-2}+5)} \Rightarrow \lim_{x \to 3} \frac{3(x+3)}{(2x+1)(x+1)(\sqrt{3x^2-2}+5)}$$

Paso 8. Reemplazo todo el número límite. En este caso es “3”. Y simplificar.

$$\lim_{x \to 3} \frac{3(x+3)}{(2x+1)(x+1)(\sqrt{3x^2-2}+5)} \Rightarrow \frac{3(3+3)}{(2.3+1)(3+1)(\sqrt{3.3^2-2}+5)} \Rightarrow \frac{18}{7(4)(10)} = \frac{9}{140}$$

La respuesta es:

$$\lim_{x \to 3} \frac{3(x+3)}{(2x+1)(x+1)(\sqrt{3x^2-2}+5)} = \frac{9}{140}$$

Alexia Rosas T

Ejercicio 7

Calcule $L = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2-x}}{x^2+x}$

Paso 1. Verificar

Paso 2. Multiplicar por la conjugada y resolver

$$L = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2-x}}{x^2+x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2+x}}{x^2+x} x \frac{(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x})}{(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x})} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{(\sqrt{2-x})^2-(\sqrt{2+x})^2}{x^2+x\,(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x})}$$

Paso 3. Factorizar el denominador y eliminar la raíces.

$$\lim\limits_{x \to 0} \frac{2-x-2-x}{x(x+1)\,(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x})} = \frac{-2x}{x(x+1)\,(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x})}$$

Paso 4. Cancelar un factor en común.

$$\lim\limits_{x \to 0} \frac{-2}{(x+1)\,(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x})}$$

Paso 5. Reemplazar

$$\frac{-2}{(0+1)\,(\sqrt{2-0}+\sqrt{2+0})} = \frac{-2}{1\,(\sqrt{2}+\sqrt{2})}$$

Paso 6. Multiplicar por la conjugada para eliminar la raíz del denominador.

$$\frac{-2}{2(\sqrt{2})} x \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Entonces: $L = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

Paso 7. Poner la respuesta como se debe (con el $\lim\limits_{a \to b}$).

$$L = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2-x}}{x^2+x} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

Alexia Rosas T

Ejercicio 9

Calcule $L = \lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$

Paso 1. Verificar

$x = 4$

$\frac{\sqrt{9}-3}{\sqrt{2}-\sqrt{2}} = \frac{3-3}{0} = \frac{0}{0}$

Paso 2. Multiplicar por la conjugada de nominador.

$L = \lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}} x \frac{\sqrt{2x+1}+3}{\sqrt{2x+1}+3} x \frac{\sqrt{x-2}+\sqrt{2}}{\sqrt{x-2}+\sqrt{2}}$

Paso 3. Resolver la multiplicación

$L = \lim_{x \to 4} \frac{((\sqrt{2x+1})^2-3^2).(\sqrt{x-2}+\sqrt{2})}{((\sqrt{x-2})^2-(\sqrt{2})^2)(\sqrt{2x+1}+3)} = \frac{(2x-8).(\sqrt{x-2}+\sqrt{2})}{((x-2)-2)(\sqrt{2x+1}+3)} = \frac{2(x-4).(\sqrt{x-2}+\sqrt{2})}{(x-4)(\sqrt{2x+1}+3)}$

Paso 4. Cancelar el factor en común

$\frac{2.(\sqrt{x-2}+\sqrt{2})}{(\sqrt{2x+1}+3)}$

Paso 5. Reemplazar.

$\frac{2.(\sqrt{4-2}+\sqrt{2})}{(\sqrt{2.4+1}+3)} = \frac{2.(\sqrt{2}+\sqrt{2})}{(\sqrt{9}+3)} = \frac{2.(2\sqrt{2})}{(\sqrt{9}+3)} = \frac{4\sqrt{2}}{(3+3)} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

La respuesta es

$L = \lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$