

Gráfica de una función

En su mayoría son ejercicios para graficar $f(x)$ por tramos

EJERCICIO 1

Indique el dominio y trace la gráfica de la función

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq -3 \\ 9-x^2, & -3 < x < 3 \\ 2x-6, & x \geq 3 \end{cases}$$

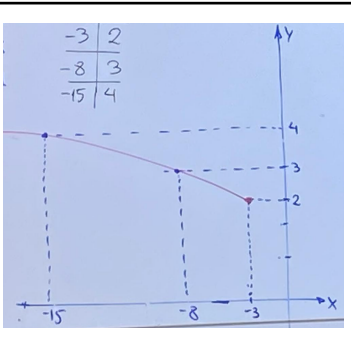
Paso 1. Identificar los tramos

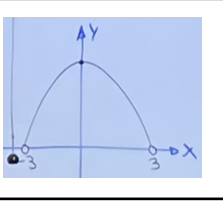
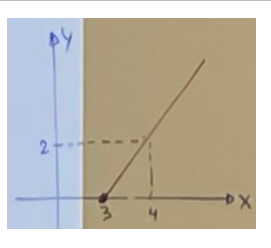
Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3
$\sqrt{1-x}, x \leq -3$	$9-x^2; -3 < x < 3$	$2x-6, x \geq 3$

Paso 2. Identificar que tipo de función es y hallar el dominio de tramo por tramo

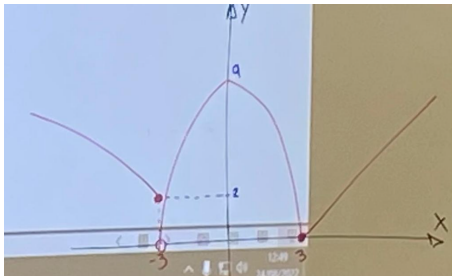
Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3
$\sqrt{1-x}, x \leq -3$	$9-x^2; -3 < x < 3$	$2x-6, x \geq 3$
Función raíz cuadrada	Función Cuadrática. Es una parábola hacia abajo por -x.	Función lineal
$Dom(f1) = <-\infty; -3]$	$Dom(f2) = <-3; 3>$	$Dom(f3) = [3; +\infty >$

Paso 3. Resolver cada función

Tramo 1	$\sqrt{1-x}, x \leq -3 \quad Dom(f1) = <-\infty; -3]$ Paso 1. Ver que lo que esté en la raíz sea ≥ 0 $1-x \geq 0$ $1 \geq x$ Resultado: X tiene que ser menor o igual a uno. Lo cual cumple con la condición de $x \leq -3$ Paso 2. Tabular <table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th><th>Y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-3</td><td>2</td></tr> <tr> <td>-8</td><td>3</td></tr> <tr> <td>-15</td><td>4</td></tr> </tbody> </table> 	X	Y	-3	2	-8	3	-15	4
X	Y								
-3	2								
-8	3								
-15	4								

<p>Tramo 2</p>	$9 - x^2; -3 < x < 3$ <p>Paso 1. Hallar el vértice</p> $h = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2 \cdot 1} = 0$ $k = f(0) = 9$ $V(h;k) = V(0;9)$ <p>Paso 2. Tabular</p> <table border="1" data-bbox="411 495 630 696"> <thead> <tr> <th>X</th><th>Y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-3</td><td>0</td></tr> <tr> <td>3</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> 	X	Y	-3	0	3	0
X	Y						
-3	0						
3	0						
<p>Tramo 3</p>	$2x - 6, x \geq 3$ <p>Paso 1. Tabular</p> <table border="1" data-bbox="411 862 630 1108"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td><td>0</td></tr> <tr> <td>4</td><td>2</td></tr> </tbody> </table> 	x	y	3	0	4	2
x	y						
3	0						
4	2						

Paso 4. Juntar los graficos.



Ejercicio 6

Indique el dominio y trace la gráfica de la función $f(x) = 2x - |x|$

DATAZO 1. ¿Qué hacer cuando tengo una función de valor absoluto?

Tienes que dividirlo en 2 tramos.

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x \leq 0 \end{cases}$$

Paso 1. Dividir en 2 tramos. ¿Por qué? Porque es un valor absoluto. (Ver DATAZO 1).

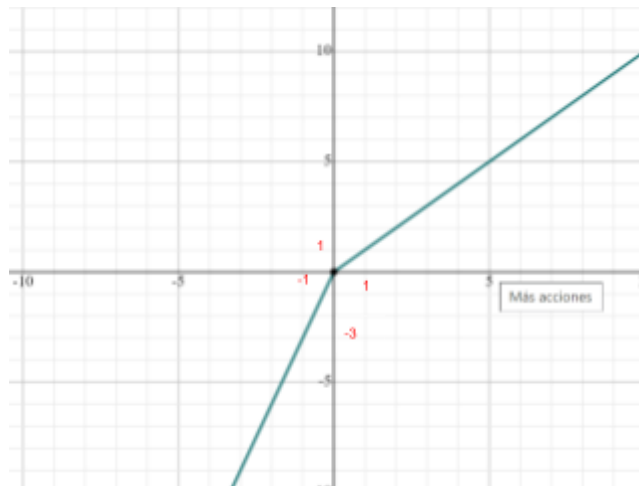
$$f(x) = \begin{cases} 2x - x & ; x \geq 0 \\ 2x - (-x) & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ 3x & ; x < 0 \end{cases}$$

Paso 2. Tabular cada uno de los tramos.

$f(x) = x$	$f(x) = 3x$												
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	x	y	0	0	1	1	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td><td>0</td></tr> <tr> <td>-1</td><td>-3</td></tr> </tbody> </table>	x	y	0	0	-1	-3
x	y												
0	0												
1	1												
x	y												
0	0												
-1	-3												

Paso 3. Graficar

Ubicar los puntos encontrados en la tabulación en la gráfica.



EJERCICIO EXTRA.

$$f(x) = 7x - 2|3x - 6|$$

Paso 1: Igualas lo que está dentro del valor absoluto a 0.

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

$$x = 2 \rightarrow \text{este será colocado en como delimitación en el paso 2.}$$

Paso 2: formas los dos tramos y resuelves

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 2(3x - 6) & ; x \geq 2 \\ 7x - 2(-3x + 6); & x < 2 \end{cases}$$

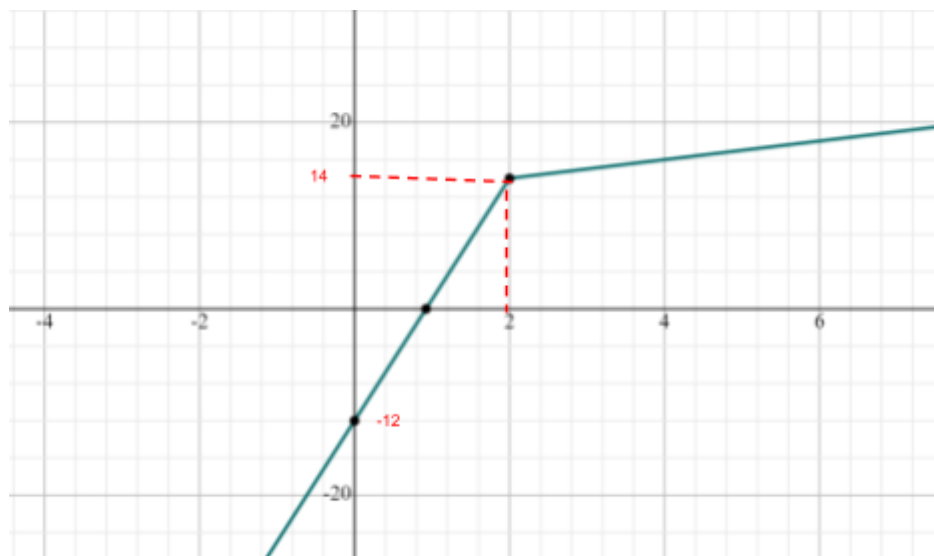
$$f(x) = \begin{cases} x + 12 & ; x \geq 2 \\ 13x - 12; & x < 2 \end{cases}$$

Paso 3. Tabular

$f(x) = x + 12; x \geq 2$	$f(x) = 13x - 12; x < 2$														
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td><td>14</td></tr> <tr> <td>4</td><td>16</td></tr> </tbody> </table>	x	y	2	14	4	16	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td><td>-12</td></tr> <tr> <td>2</td><td>14</td></tr> <tr> <td>3</td><td>27</td></tr> </tbody> </table>	x	y	0	-12	2	14	3	27
x	y														
2	14														
4	16														
x	y														
0	-12														
2	14														
3	27														

El vértice es $h_k = (2;14)$

Paso 4. Graficar



EJERCICIO TIPO EXAMEN

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 5 |2x + 6|; & x \leq 1 \\ -x^2 + 4x + 1; & x > 1 \end{cases}$$

Paso 1. Resolver el primer tramo porque tiene un valor absoluto. Para ello se tiene que separarse en 2.

Paso 1.1. Igualo lo de dentro del valor absoluto a 0

$$2x + 6 = 0$$

$$2x = -6 \rightarrow \text{el punto medio}$$

Paso 1.2. Poner la propiedad de valor absoluto: En la que hay un positivo que es mayor igual al punto medio (-3) y el otro es menor

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 5(2x + 6); & x \leq 1; x \geq -3 \rightarrow \text{Es el mayor igual a -3 y tiene que ser positivo el } |x| \\ 3x + 5(-2x - 6); & x \leq 1; x < -3 \rightarrow \text{Es menor a -3 y tiene que ser negativo el } |x| \end{cases}$$

Paso 1.3: Resolvemos las ecuaciones.

$$f(x) = \begin{cases} 13x + 30; & -3 \leq x \leq 1 \\ -7x - 30; & x < -3 \end{cases}$$

Paso 2: Juntamos las 3 funciones

$$f(x) = \begin{cases} 13x + 30; & -3 \leq x \leq 1 \\ -7x - 30; & x < -3 \\ -x^2 + 4x + 1; & x > 1 \end{cases}$$

Paso 3: Organizamos del menor al mayor (según las condiciones de x)

$$f(x) = \begin{cases} -7x - 30; & x < -3 \\ 13x + 30; & -3 \leq x \leq 1 \\ -x^2 + 4x + 1; & x > 1 \end{cases}$$

Paso 4: Resolvemos cada tramo, respetando las condiciones de x.

$-7x - 30; \quad x < -3$	$13x + 30; \quad -3 \leq x \leq 1$	$-x^2 + 4x + 1; \quad x > 1$														
Función lineal Paso 1. Tabular. <table><tr><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>-4</td><td>-2</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	x	y	-4	-2			Función lineal Paso 1. Tabular. <table><tr><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>-3</td><td>-9</td></tr><tr><td>1</td><td>43</td></tr></table>	x	y	-3	-9	1	43	Función cuadrática Paso 1. Hallar el vértice. $h = \frac{4}{2(-1)} = 2$ $k = f(2) = 5$ $V(2; 5)$ Paso 2. Tabular. <table><tr><td>x</td><td>y</td></tr></table>	x	y
x	y															
-4	-2															
x	y															
-3	-9															
1	43															
x	y															

		<table><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	4
1	4			

Paso 5. Graficar.

