Alexia Rosas T

Hallar el dominio de una función

Halla el dominio resolviendo las consideraciones.

Algunas consideraciones para hallar el dominio de una función. Son 3:

Para que la función $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ exista, la condición $g(x) \neq 0$	Para que la función $h(x) = \sqrt{f(x)}$ exista, la condición es $f(x) \geq 0$	Para que la función $h(x) = \sqrt[n]{f(x)}$ exista, la condición es $f(x) \geq 0$. Pero si “n” es número impar, no pasa nada.
Que el denominador no sea 0	**Lo que esté en una raíz par tiene que ser mayor o igual a 0**	**Lo que está dentro de la raíz cuadrada tiene que ser mayor o igual a 0. A MENOS que el exponente sea impar, ahí no pasa nada.**

Ejemplo 1

EJM: $f(x) = \frac{3x^2+7}{x^2-9} + \frac{5x+7}{|x|-4} + \frac{\sqrt{x^2-16}+1}{x-5}$

Paso 1. Identificar cuales son las condiciones que no permiten que sea función.

El denominador no puede ser 0 $\frac{3x^2+7}{x^2-9}$	**El denominador no puede ser 0** $\frac{5x+7}{|x|-4}$	**El denominador no puede ser 0** $\frac{\sqrt{x^2-16}+1}{x-5}$	**La raíz no puede ser menor a 0** $\frac{\sqrt{x^2-16}+1}{x-5}$
$x^2 - 9 \neq 0$	$|x| - 4 \neq 0$	$x - 5 \neq 0$	$x^2 - 16 \geq 0$

Paso 2. Resolver cada una de las condiciones.

$x^2 - 9 \neq 0$ $(x+3)(x-3) \neq 0$ $x \neq 3;\ x \neq -3$	$|x| - 4 \neq 0$ $x \neq 4;\ x \neq -4$	$x - 5 \neq 0$ $x \neq 5$	$x^2 - 16 \geq 0$ $(x-4)(x+4) \geq 0$ **(Cuando es desigualdad se tiene que resolver con los puntos críticos)** **Paso 1. Hallo los puntos críticos.** x= 4, x=-4 **Paso 2. Dibujo los puntos.** - Siempre se inicia desde la derecha con el signo “+” ¿Cuáles se pintan? Los positivos, Porque es ≥ 0. - Los puntos están abiertos porque es mayor IGUAL.  **Paso 3. Resultado**
$x\ e\ R - \{3; -3\}$	$x\ e\ R - \{4; -4\}$	$x\ e\ R - \{5\}$	$x\ e$ <-∞;-4] ∪ [4;∞>

Paso 3. Interseccionar las respuestas para sacar el rango

$Dom\ f(x) = (R - \{3; -3\}) \cap (R - \{4; -4\}) \cap (R - \{5\}) \cap$ (<-∞;-4] ∪ [4;∞>)

$Dom\ f(x) =$ <-∞;-4> ∪ <4;∞> - $\{5\}$

Ejercicios y cómo resolverlos

Ejercicio 1A

Halle el dominio de la función definida por $f(x) \ = \ \frac{2x+5}{x^2-4}$

Paso 1. Analizamos las condiciones de la función

En este caso hay solo hay una:

Que el denominador no sea 0
$x^2 - 4 \neq 0$

Paso 2. Resolvemos la condición

$x^2 - 4 \neq 0$

$(x + 2)(x - 2) \neq 0$ → Factorizamos

$x \neq - 2 \quad \Lambda \quad x \neq 2$ → Igualamos y sacamos las respuestas

$Dom\,(f) \ = \ R \ - \ \{- 2; 2\}$ → el dominio serán todos los números reales menos los hallados

Ejercicio 1B

Halle el dominio de la función definida por $g(x) \ = \ \frac{1+4x^2}{|x|-5}$

Paso 1. Identificar cuales son las condiciones o condiciones que no permitirían que sea función.

En este caso solo hay una:

Que el denominador no sea 0
$|x| - 5 \neq 0$

Paso 2. Las realizamos: Igualamos el denominador a 0.

$|x| - 5 \neq 0$

$|x| \neq 5$

$x \neq - 5 \quad \Lambda \quad x \neq 5$

$Dom\,(f) \ = \ R \ - \ \{- 5; 5\}$

Alexia Rosas T

Ejercicio 1C

Halle el dominio de la función definida por $h(x) \ = \ \frac{2x+5}{x^2-4} + \frac{1+4x^2}{|x|-5}$

Paso 1. Identificar cuales son las condiciones o condiciones que no permitirían que sea función.
En este caso solo hay dos

Que el denominador no sea 0	Que el denominador no sea 0
$x^2 - 4 \neq 0$	$\|x\| - 5 \neq 0$

Paso 2. Resolvemos cada condición

Que el denominador no sea 0	Que el denominador no sea 0
$x^2 - 4 \neq 0$	$\|x\| - 5 \neq 0$
$x^2 - 4 \neq 0$ $(x + 2)(x - 2) \neq 0$ → Factorizamos $x \neq -2 \quad \Lambda \quad x \neq 2$ → Igualamos y sacamos las respuestas $x\, e\, R \ - \ \{-2; 2\}$ → el dominio serán todos los números reales menos los hallados	$\|x\| - 5 \neq 0$ $\|x\| \neq 5$ $x \neq -5 \quad \Lambda \quad x \neq 5$ $x\, e\, R \ - \ \{-5; 5\}$

Paso 3. Juntamos ambas respuestas (intersección)
$(x\, e\, R \ - \ \{-2; 2\}) \cap (x\, e\, R \ - \ \{-5; 5\})$

Respuesta: $Dom\, f(x) \ = R - \{-5; -2; 2; 5\}$

Alexia Rosas T

EJERCICIO 2

Halle el dominio de la función definida por $f(x) = \frac{\sqrt{x^3-9x}+1}{x^2-16}$

Paso 1. Identificar las condiciones para que la función se posible

Que el denominador no sea ≠ 0	**Que la raíz sea** ≥ 0
$x^2 - 16 \neq 0$	$x^3 - 9x \geq 0$

Paso 2. Resolver cada una de las condiciones

Que el denominador no sea ≠ 0	**Que la raíz sea** ≥ 0
$x^2 - 16 \neq 0$ $(x - 4)(x + 4) \neq 0$ $x \neq 4 \quad \Lambda \quad x \neq \; - 4$ $x\, e\, R \; - \; \{4; - 4\}$	$x^3 - 9x \geq 0$ $x(x^2 - 9) \geq 0$ $x(x - 3)(x + 3) \geq 0$ Método de los números críticos. **Paso 1. Encontramos los puntos** X=0; x= 3; x=-3 **Paso 2. Hacemos el gráfico** • Siempre se inicia con “+” y desde la derecha. • ¿Cuáles se pintan? Los positivos • Es mayor a más → son cerrados los puntos. **Paso 3. Respuesta** $x\, e\, [- 3; 0]\; U\; [3; + \infty]$

Paso 3. Ahora unimos ambos resultados

$x\, e\, [- 3; 0]\; U\; [3; 4 > \quad \cap \quad < 4; + infinito >$

Respuesta: $Dom\, f(x) = [- 3; 0]\; U\; [3; + infinito > \; - \{4\}$

Alexia Rosas T

EJERCICIO 3

Halle el dominio de la función definida por $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^2-5x+6}{1-x^2}}$

DATAZO: Cuando la raíz es par. Todo lo que esté dentro de la raíz tiene que ser mayor e igual a 0. Si la raíz es impar, lo que esté dentro puede ser par o impar.

Paso 1. Identificar las condiciones para que la función se posible

Que el denominador no sea 0	Que la raíz sea ≥ 0
$1 - x^2 \neq 0$	$\frac{x^2-5x+6}{1-x^2} \geq 0$

Paso 2. Resolver cada una de las condiciones

<table>
<tr><th>Que el denominador no sea 0</th><th>Que la raíz sea ≥ 0</th></tr>
<tr><td>$1 - x^2 \neq 0$
$(1 - x)(1 + x) \neq 0$
$x \neq 1 \ \wedge \ x \neq -1$

$x \, e \, R \ - \{1; -1\}$</td><td>$\frac{x^2-5x+6}{1-x^2} \geq 0$

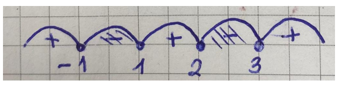
¿Cómo resolverlo?
Paso 1. multiplicar el denominador con el nominador
$(x^2 - 5x + 6)(1 - x^2) \geq 0$

Paso 2. Hacer el X para factorizar.
$(x - 3)(x - 2)(1 - x^2) \geq 0$

Paso 3. Multiplicar todo por -1 para que la $-x^2$ sea positivo. Al multiplicar por negativo el signo cambia.
$(x - 3)(x - 2)(x^2 - 2) \leq 0$

Paso 4. Sigo factorizando.
$(x - 3)(x - 2)(x + 1)(x - 1) \leq 0$

Paso 5. Hallar los números críticos
$x = 3; \ x = 2; \ x = -1; \ x = 1$

Paso 6. Graficar los números críticos:
• Se empieza desde la derecha con el signo más.
• Cómo es menor igual (≤):
  ○ Se ponen los puntos cerrados
  ○ Se pintan los negativos


Resultado: $Dom\,(f) = [-1; 1] \cup [2; 3]$</td></tr>
</table>

Paso 3. Juntar ambas respuestas (Intersección)

$x \, e \, R \ - \{1; -1\} \cap [-1; 1] \cup [2; 3]$
Respuesta: $Dom\,(f) = <-1; 1> \cup [2; 3]$

Alexia Rosas T

EJERCICIO 4

Hallar el dominio de la función definida por $f(x) = \frac{x+1}{x} = \sqrt{\frac{x^2+4}{1-x}}$

Paso 1. Hallar las condiciones (restricciones)

El denominador no puede ser 0	El denominador no puede ser 0	Lo que está dentro de la raíz no puede ser >= 0
$x \neq 0$	$1 - x \neq 0$	$\frac{x^2+4}{1-x} \geq 0$

Paso 2: Resolver cada restricción

El denominador no puede ser 0	El denominador no puede ser 0	Lo que está dentro de la raíz no puede ser >= 0
$x \neq 0$	$1 - x \neq 0$ $x \neq 1$	$\frac{x^2+4}{1-x} \geq 0$
x e R - $\{0\}$	$1 - x \neq 0$ $x \neq 1$ $x\, e\, R - \{1\}$	$\frac{x^2+4}{1-x} \geq 0$ **Paso 1. Pasar a multiplicar** $(x^2 + 4)(1 - x) \geq 0$ **Paso 2. Multiplicar todo por -1 para que la X no sea negativa. al hacerlo el signo cambia.** $(x^2 + 4)(x - 1) \leq 0$ **Paso 3. Cancelamos el $(x^2 + 4)$. ¿Por qué? Porque no se puede factorizar. Y ¿cómo sabemos eso? Ir a ver el datazo.** $(x - 1) \leq 0$ **Paso 4. Resolvemos la inecuación** $x - 1 \leq 0$ $x \leq 1$ **Paso 5. Respuesta** $x\, e\, [1; \infty +>$

Paso 3. Juntamos todas las respuestas (Intersección)

(x e R - $\{0\}$) ∩ $(x\, e\, R - \{1\})$ ∩ $(x\, e\, [1; \infty +>)$

Respuesta: $Dom\, f(x) = \, < 1; \infty +>$

Pausa: DATAZO 1. ¿Cómo sabemos cuándo se puede factorizar una cuadrática?

Para saber que NO se puede factorizar una cuadrática es que su discriminante "Δ" es < 0

Recordemos…

Para factorizar	El discriminante	Las opciones que pueden pasar →	Se puede factorizar: $\Delta > 0 \Rightarrow x_1 \neq x_2 \rightarrow$ son reales $\Delta > 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow$ Son reales No se puede factorizar: $\Delta > 0 \Rightarrow x_1, x_2 \rightarrow$ **NO** son reales
$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	$\Delta = b^2 - 4ac$		

EJERCICIO 5

Halle el dominio de la función definida por $f(x) = \frac{9x}{\sqrt{2|x|-1}}$

Paso 1. Hallar las condiciones (restricciones).
En este caso hay 2:

El denominador no puede ser 0	Lo que está dentro de la raíz tiene que ser mayor o igual a 0
$2\|x\| - 1 \neq 0$	$2\|x\| - 1 \geq 0$

Paso 2. Resolver cada condición

El denominador no puede ser 0	Lo que está dentro de la raíz tiene que ser mayor o igual a 0
$2\|x\| - 1 \neq 0$	$2\|x\| - 1 \geq 0$
$2\|x\| - 1 \neq 0$ $2\|x\| \neq 1$ Resolvemos el $\|x\|$. $x \neq \frac{1}{2} \wedge x \neq -\frac{1}{2}$ Resultados 1: $x\, e\, R - \left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$	$\|x\| \geq \frac{1}{2}$ Resolvemos la inecuación de $\|x\| \geq a$ Para recordar la propiedad ir a DATAZO 2 $\|x\|$. $x \geq \frac{1}{2} \vee x \leq \frac{-1}{2}$ Resultado 2: $x\, e\, [\frac{1}{2}; \infty +> \vee x\, e <-\infty; -\frac{1}{2}]$

Paso 3: Juntamos ambos resultados (Intersección)

$)x\, e\, R - \left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}) \cap (x\, e\, [\frac{1}{2}; \infty +> \vee x\, e <-\infty; -\frac{1}{2}])$

Respuesta: $Dom\, f(x) = <-\infty; -\frac{1}{2}> \cup <\frac{1}{2}; \infty +>$

DATAZO 2 $|x|$:
¿Cómo resolver una inecuación el $|x|$?
$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a \wedge a > 0$
$|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a$

Alexia Rosas T

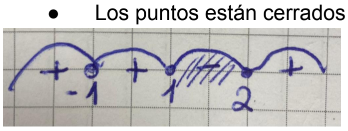
Ejercicio 6

Halle el dominio de la función definida por $f(x) \ = \sqrt{\frac{x^2-x-2}{1-|x|}}$

Paso 1. Hallar las condiciones (restricciones)

El denominador no puede ser 0	Lo que está dentro de la raíz tiene que ser mayor o igual a 0
$1 - \|x\| \ \neq 0$	$\frac{x^2-x-2}{1-\|x\|} \ \geq 0$

Paso 2. Resolver cada condición

El denominador no puede ser 0	Lo que está dentro de la raíz tiene que ser mayor o igual a 0
$1 - \|x\| \ \neq 0$	$\frac{x^2-x-2}{1-\|x\|} \ \geq 0$
$1 - \|x\| \ \neq 0$ $\|x\| \ \neq 1$ $x \neq 1 \wedge \ x \ \neq - 1$ $x\, e\, \{1; - 1\}$	$\frac{x^2-x-2}{1-\|x\|} \ \geq 0$ **Paso 1. Pasar a multiplicar** $(1 \ - \|x\|)(x^2 \ - \ x \ - \ 2) \ \geq \ 0$ **Paso 2. Se factoriza la cuadrática** $(1 \ - \|x\|)(x \ - \ 2)(x \ + \ 1 \ ) \geq 0$ **Paso 3. Se multiplica por -1** $(\|x\| - \ 1)(x \ - \ 2)(x \ + \ 1 \ ) \leq 0$ **Paso 4. Hallo los puntos críticos** x=2; x-1;x=1;x=-1 **Paso 5. Gráfico los puntos críticos.** • Pero OJO hay multiplicidad para en -1. • Se empieza desde la derecha con signo más. • Se pintan los negativos porque es $\leq \ 0$ • Los puntos están cerrados porque es menor IGUAL.  $Dom(f) \ = [1; 2]$

Paso 3. Juntamos las condiciones para hallar el dominio (intersección de ambas respuestas).

Juntamos las condiciones

$x\, e\, \{1; - 1\} \ \cap Dom(f) \ = [1; 2]$

Respuesta: $Dom(f) \ =< \ 1; 2]$